



Wrocław University of Technology

Teoria systemów i mechanizmów

Opracował:
dr inż. Przemysław Jaszak

Katedra Mechaniki, Maszyn, Urządzeń
i Procesów Energetycznych

ul. Na Grobli 15, Wrocław
bud. L-1, pok. 312
tel. 71 320 4825



Wykład 8

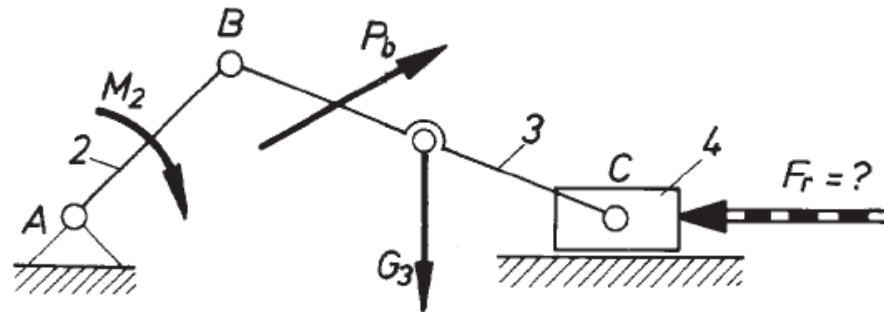
Kinetostatyka

Kinetostatyka

Kinetostatyka to metoda rozwiązywania mechanizmów polegająca na sprowadzeniu układu sił dynamicznych (bezwładności) oraz innych sił zewnętrznych do równoważnego układu sił statycznie wyznaczalnych.

Zadaniem kinetostatyki jest wyznaczenie sił oddziaływania (reakcji) występujących w węzłach par kinematycznych, a także wyznaczenie sił i momentów równoważących.

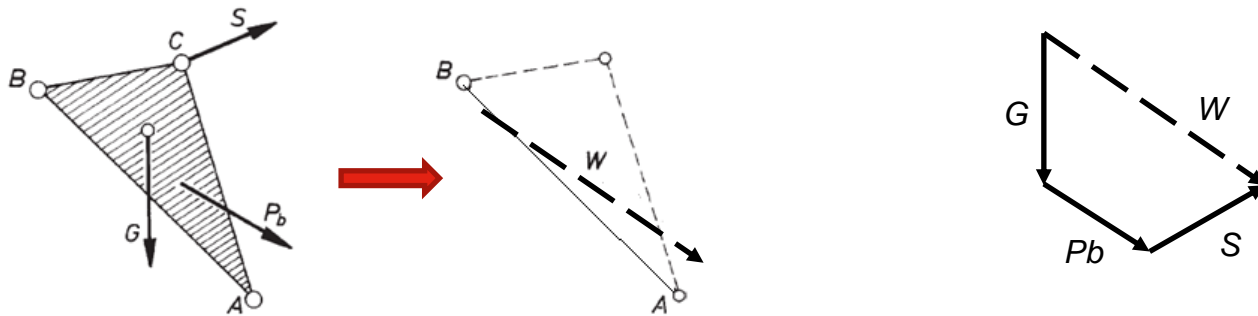
Siłą lub momentem równoważącym nazywamy takie obciążenie, które po przyłożeniu do członu mechanizmu wprowadza go w stan równowagi.





Kinetostatyka

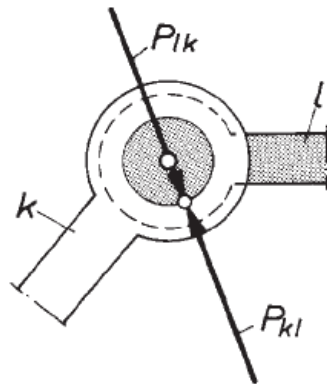
W celu ułatwienia analizy mechanizmu, zwykle złożony układ sił zewnętrznych działających na poszczególne człony sprowadza się do siły wypadkowej.



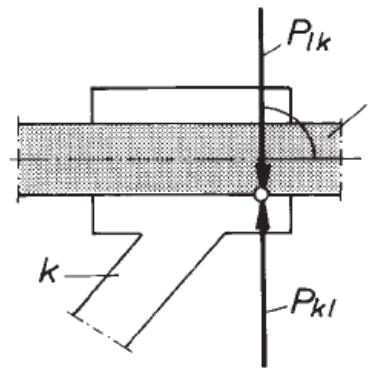
$$\vec{W} = \vec{G} + \vec{S} + \vec{P}_b.$$

Siły oddziaływania

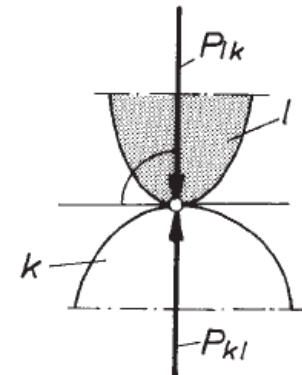
Siły oddziaływania – są to siły reakcji występujące w parze kinematycznej. Po niżej zaprezentowano przykłady sił oddziaływania w parach kinematycznych z pominięciem sił tarcia.



Siły oddziaływania w parze obrotowej



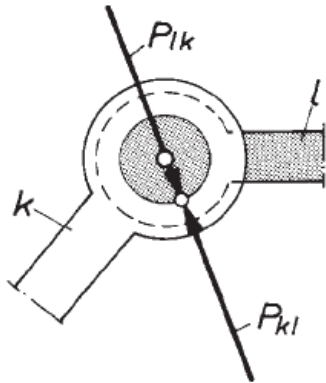
Siły oddziaływania w parze postępowej



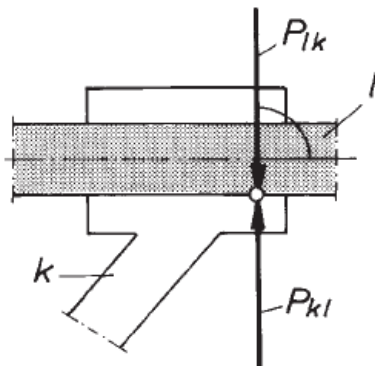
Siły oddziaływania w parze krzywkowej

Siły oddziaływania

Pary kinematyczne klasy I



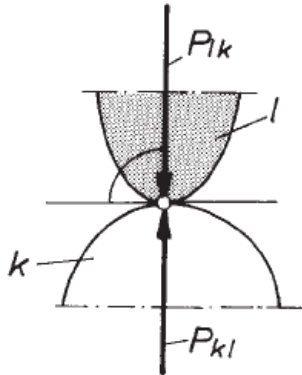
W parze obrotowej klasy I siły oddziaływania (z pominięciem tarcia) przechodzą przez środek czopa w punkcie styku. Nie znany jest kierunek oraz moduł siły, więc układ taki dostarcza dwie niewiadome.



W parze postępowej znany jest kierunek działania siły (z pominięciem tarcia - prostopadły do prowadnicy). Natomiast nieznan jest moduł i punkt przyłożenia. Jest to także układ z dwiema niewiadomymi.

Siły oddziaływania

Pary kinematyczne klasy II (wyższej)



W parze krzywkowej znany jest kierunek sił (normalny do powierzchni styku) oraz punkt przyłożenia. Nieznany jest moduł. Para takiej klasy dostarcza jedną niewiadomą.



Grupa statycznie wyznaczalna

Grupę statycznie wyznaczalną - nazywamy wydzieloną z mechanizmu grupę członów (jedno, dwu lub wielocłonowych), która rozpatrywana w równowadze pozwala na wyznaczenie sił oddziaływania w parach kinematycznych metodami statyki.

Grupa statycznie wyznaczalna musi spełniać poniższe równanie:

$$3n=2p_1+p_2$$

Gdzie: n – liczba członów danej grupy


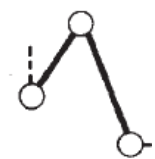
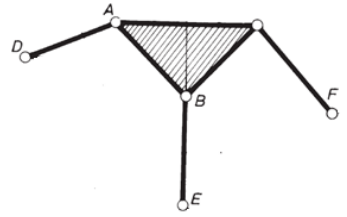


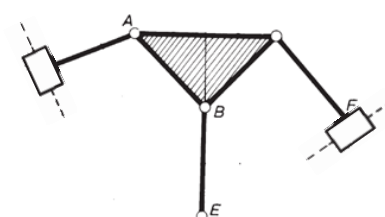
p_1 - liczba węzłów pary kinematycznej klasy I

p_2 – liczba węzłów pary kinematycznej klasy II

Grupa statycznie wyznaczalna

Przykłady grup statycznie wyznaczalnych

$$3n = 2p_1 + p_2$$

Jednoczłonowe	dwuczłonowe	czteroczłonowe
 <p>$p_1=1; p_2=1; n=1$</p>	 <p>$p_1=3; p_2=0; n=2$</p>	 <p>$p_1=6; p_2=0; n=4$</p>
 <p>$p_1=1; p_2=1$</p>	 <p>$p_1=3; p_2=0; n=2$</p>	 <p>$p_1=6; p_2=0; n=4$</p>

Grupa statycznie wyznaczalna

Analizę wybranej grupy prowadzi się przy znanych siłach zewnętrznych !

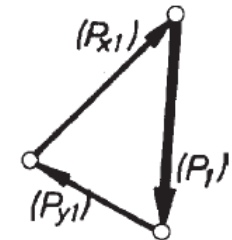
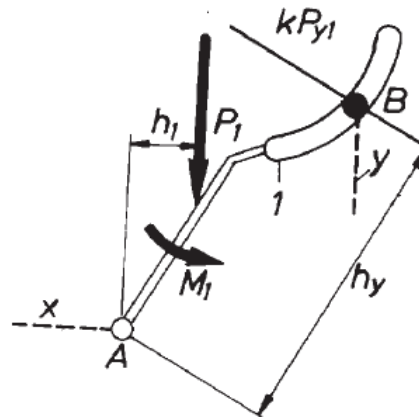
Grupa jednoczłonowa obciążona zredukowaną siłą i momentem

Równanie momentów względem punktu A:

$$P_{y1} \cdot h_y - P_1 \cdot h_1 + M_1 = 0,$$

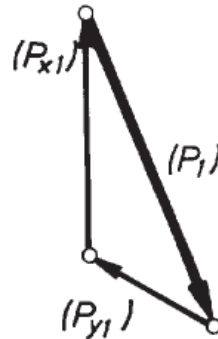
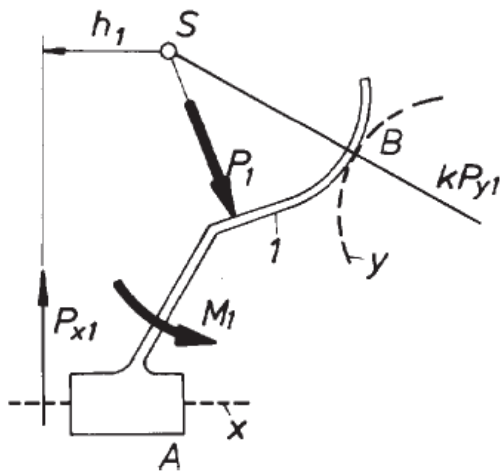
Wektorowe równanie sił
(suma sił działających na człon musi być
równa zero)

$$\underline{\underline{\bar{P}_{x1}}} + \underline{\underline{\bar{P}_1}} + \underline{\underline{\bar{P}_{y1}}} = 0.$$



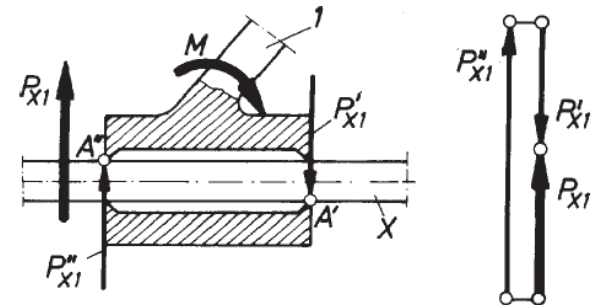
Grupa statycznie wyznaczalna

Grupa jednoczłonowa obciążona zredukowaną siłą i momentem



Ważne!

Siła oddziaływania w parze postępowej jest wypadkową dwóch sił składowych P'_x i P''_x występujących na skrajnych punktach tej pary (założenie modelowe).



Równanie momentów względem punktu S:

$$-P_{x1} \cdot h_1 + M_1 = 0.$$

Wektorowe równanie sił:

$$\bar{P}_{y1} + \bar{P}_1 + \bar{P}_{x1} = 0.$$

Grupa statycznie wyznaczalna

Grupa dwuczłonowa obciążona zredukowaną siłą i momentem

Analizę takiej grupy przeprowadza się rozkładając siły oddziaływania w punktach A i C na składowe styczną i normalną.

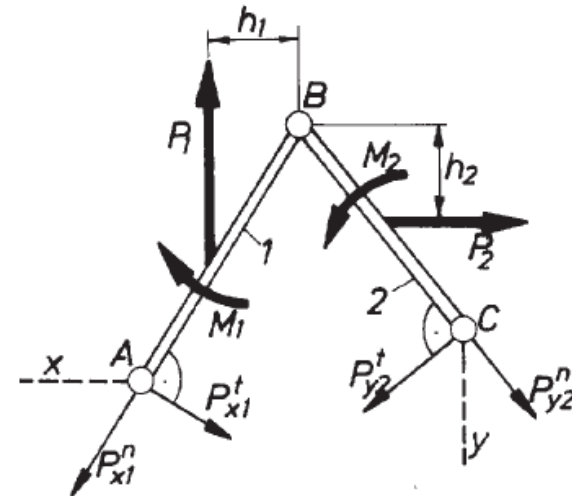
Równanie momentów każdego z członów względem punktu B:

Człon 1:

$$-P_{x1}^t \cdot AB + P_1 \cdot h_1 + M_1 = 0, \quad \longrightarrow \quad P_{x1}^t = \frac{P_1 \cdot h_1 + M_1}{AB}$$

Człon 2:

$$P_{y2}^t \cdot BC - P_2 \cdot h_2 - M_2 = 0, \quad \longrightarrow \quad P_{y2}^t = \frac{P_2 \cdot h_2 + M_2}{BC}$$



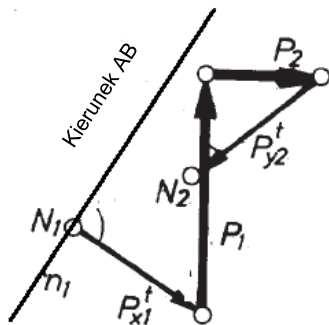
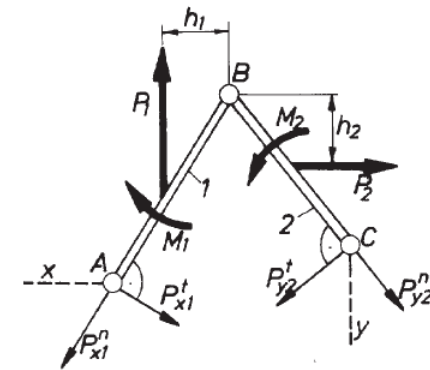
Grupa statycznie wyznaczalna

Grupa dwuczłonowa obciążona zredukowaną siłą i momentem

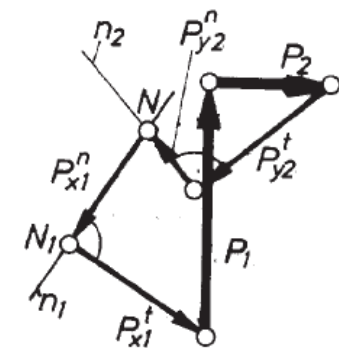
Składowe sił normalnych wyznaczamy graficznie na podstawie wieloboku sił zgodnie z równaniem:

$$\underline{\underline{\bar{P}_{x1}''}} + \underline{\underline{\bar{P}_{x1}^t}} + \underline{\underline{\bar{P}_1}} + \underline{\underline{\bar{P}_2}} + \underline{\underline{\bar{P}_{y2}^t}} + \underline{\underline{\bar{P}_{y2}''}} = 0.$$

W tym celu prowadzimy prostą równoległą do członu AB zaznaczając na niej dowolne położenie punktu N_1 . Z punktu N_1 zaczepiamy początek wektora siły P_{x1}^t (prostopadły do kierunku AB). Następnie graficznie sumujemy kolejne wektory sił o znanych kierunkach i modułach tj. P_1 , P_2 i P_{y2}^t uzyskując punkt N_2 .



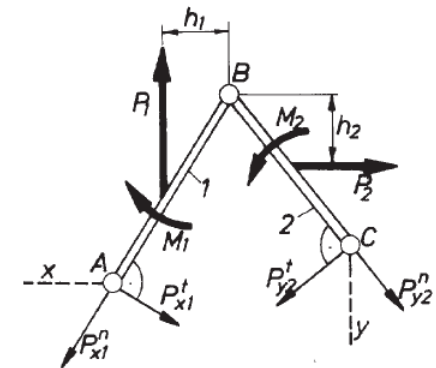
Z punktu N_2 prowadzimy prostą prostopadłą do końca wektora P_{y2}^t , który na linii AB wyznaczy punkt N . Długości odcinka N_2N oraz N_1N są odpowiednio równe modułom i kierunkom szukanych sił P_{y2}^n oraz P_{x1}^n .



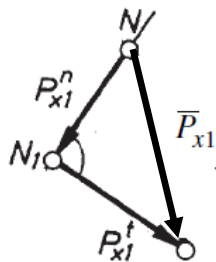
Grupa statycznie wyznaczalna

Grupa dwuczłonowa obciążona zredukowaną siłą i momentem

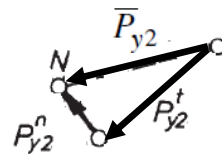
Składowe sił P_{x1}^t i P_{x1}^n oraz P_{y2}^t i P_{y2}^n wyznaczają wypadkowe sił oddziaływania punktów A i B.



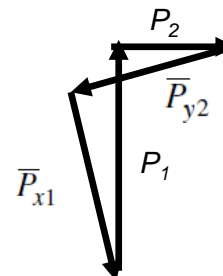
$$\bar{P}_{x1} = \bar{P}_{x1}^n + \bar{P}_{x1}^t$$



$$\bar{P}_{y2} = \bar{P}_{y2}^n + \bar{P}_{y2}^t$$



Ostateczna postać wieloboku sił



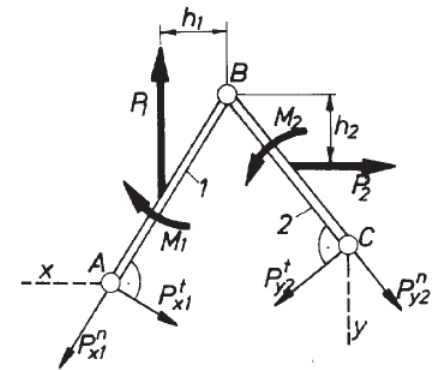
Grupa statycznie wyznaczalna

Grupa dwuczłonowa obciążona zredukowaną siłą i momentem

Siła oddziaływania w punkcie B czyli $P_{12} = -P_{21}$

Dla członu AB:

$$\bar{P}_{x1} + \bar{P}_1 + \bar{P}_{21} = 0$$



Dla członu CB:

$$\bar{P}_2 + \bar{P}_{y2} + \bar{P}_{12} = 0$$



Równowaga członu czynnego

1) Człon obrotowo osadzony w podstawie z napędem w postaci momentu.

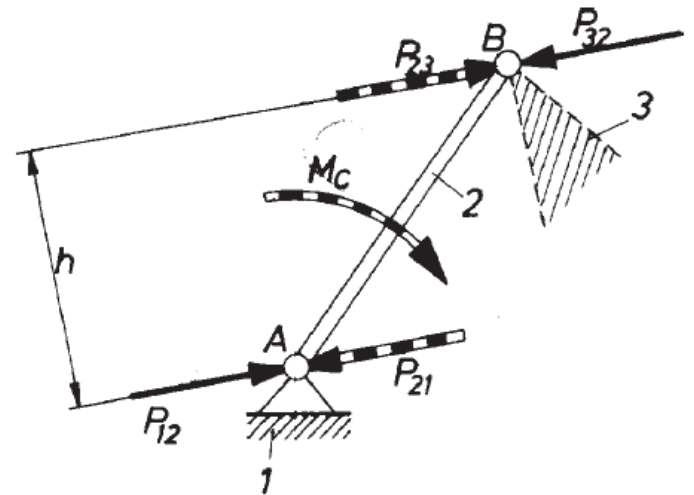
Moment M_c stanowi tutaj obciążenie równoważące, którego wartość trzeba wyznaczyć na podstawie równowagi członu przy znanej sile oddziaływania członu 3 na 2 czyli P_{32} .

Kierunek siły oddziaływania członu 2 na 3, czyli P_{23} jest równy co do modułu i kierunku sile P_{32} .

Zastępując moment parą sił P_{23} i P_{21} otrzymamy:

$$M_c = P_{23} \cdot h$$

$$\bar{P}_{12} = -\bar{P}_{21}$$



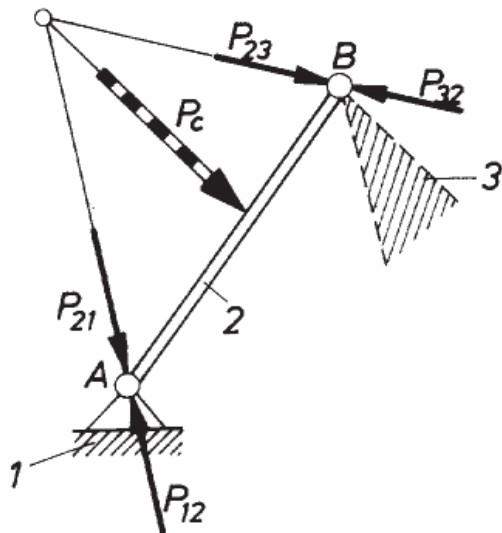
Równowaga członu czynnego

2) Człon obrotowo osadzony w podstawie z napędem w postaci siły.

Jeżeli siła P_c jest siłą równoważącą o dowolnie założonym kierunku to przy znanej wartości siły oddziaływania P_{32} można określić kierunek i moduł siły oddziaływania członu 2 na 1.

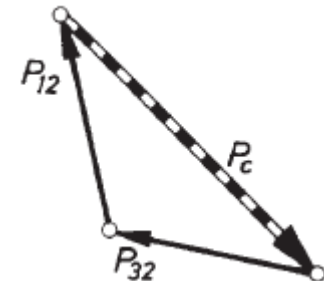
Wektorowe równanie członu 2:

$$\bar{P}_{12} + \bar{P}_c + \bar{P}_{32} = 0.$$



Uwaga:

Jeżeli człon jest w równowadze to kierunki działających na niego sił przecinają się w jednym punkcie.



Ważne!

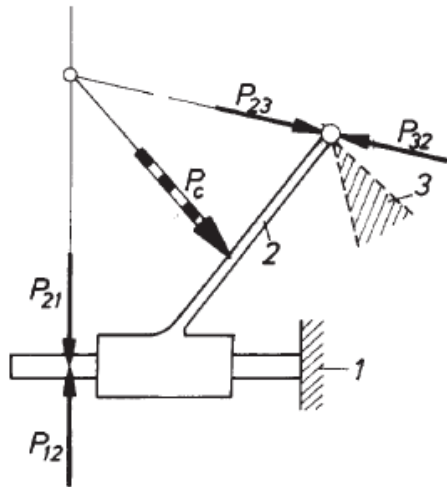
Kierunek linii działania siły oddziaływania w parze obrotowej (bez uwzględnienia tarcia) zawsze przechodzi przez środek czopa.

Równowaga członu czynnego

3) Człon w ruchu postępowym względem podstawy z przyłożonym napędem w postaci siły P_c .

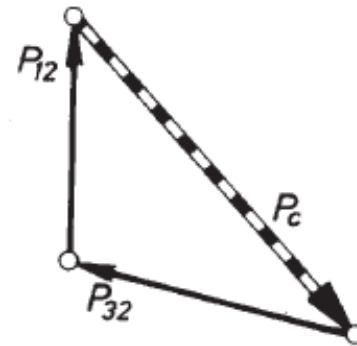
Podobnie jak w poprzednim przykładzie, zakładamy dowolny kierunek siły P_c i wykorzystujemy równanie równowagi członu 2.

$$\bar{P}_{12} + \bar{P}_c + \bar{P}_{32} = 0.$$



Ważne!

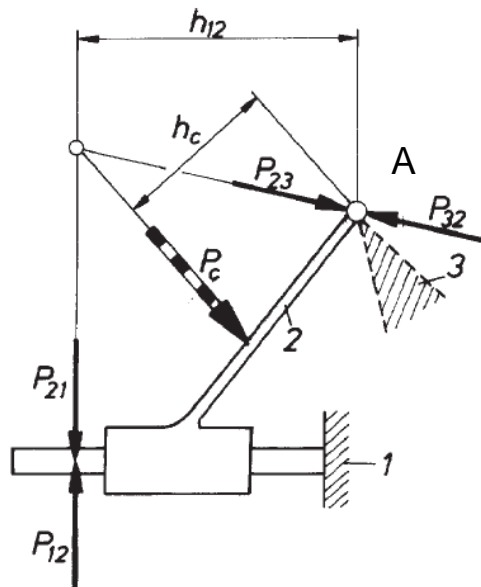
Kierunek linii działania siły oddziaływania w parze postępowej (bez uwzględnienia tarcia) jest zawsze prostopadły do prowadnicy.



Równowaga członu czynnego

3) Człon w ruchu postępowym względem podstawy z przyłożonym napędem w postaci siły P_c .

Alternatywnym sposobem zapisu równowagi członu jest równanie momentów względem punktu A.



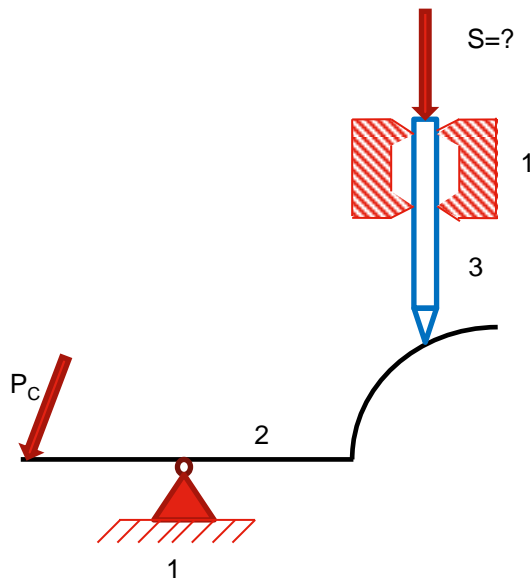
$$P_{12} \cdot h_{12} - P_c \cdot h_c = 0$$



Kinetostatyka - zadanie

Zadanie 1

Wyznaczyć siłę równoważącą S oraz siły oddziaływania w parach kinematycznych mechanizmu obciążonego siłą napędową P_c . Zadanie rozwiązać graficznie bez uwzględnienia sił tarcia.

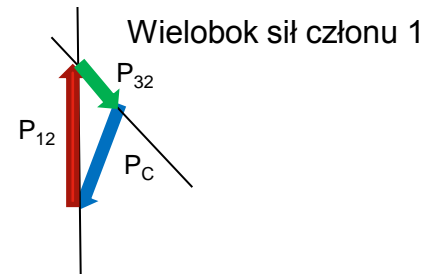
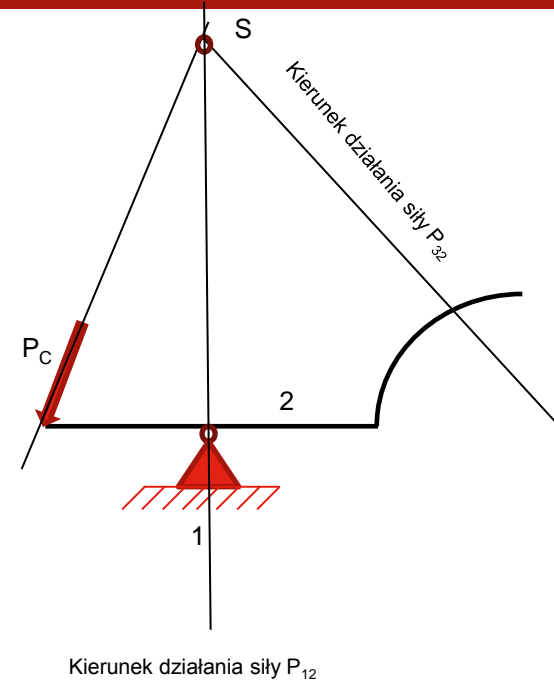
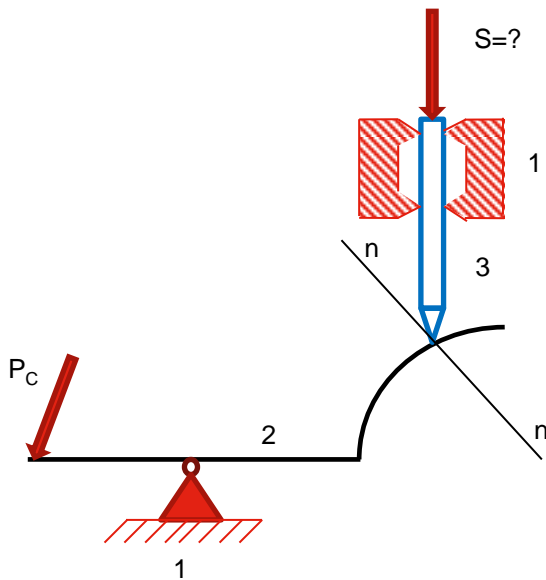




Kinetostatyka - zadanie

Zadanie 1

Zadanie zaczynamy od równowagi sił działających na człon 1. Znany jest kierunek siły oddziaływania członu 3 na 2 (normalny do punktu styku).



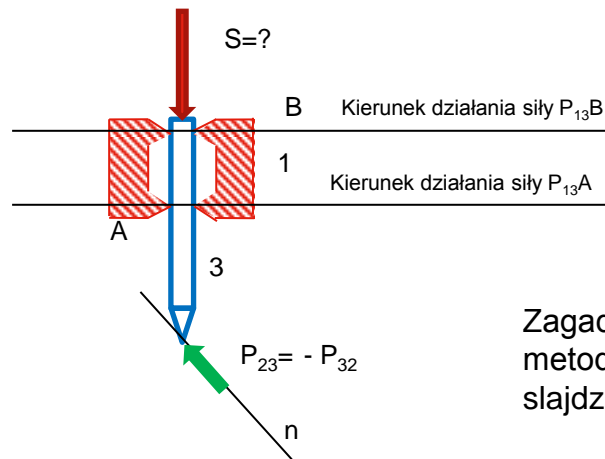


Kinetostatyka - zadanie

Zadanie 1

Przechodzimy do zapisania równowagi sił członu 3

Znane są kierunki sił oddziaływania w skrajnych punktach prowadnicy A i B

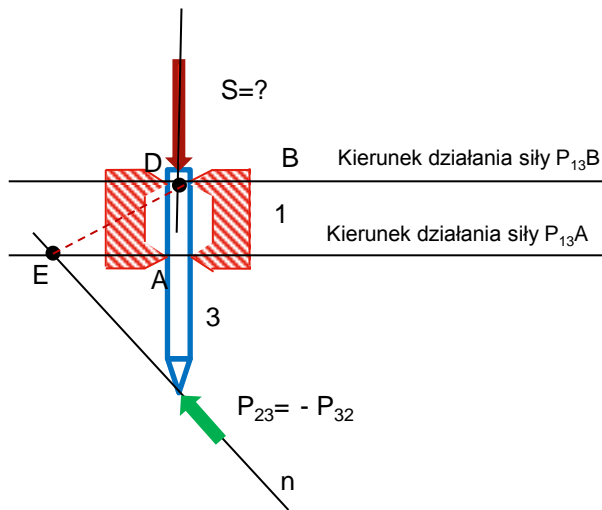


Zagadnienie rozwiążemy graficznie stosując metodę Culmanna – opis na kolejnym slajdzie.

Kinetostatyka - zadanie

Zadanie 1

Przechodzimy do zapisania równowagi sił członu 3



Metoda Culmanna

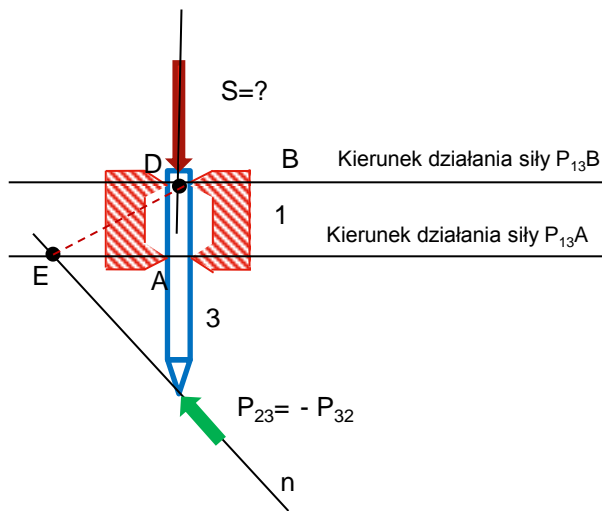
Wybieramy dwa dowolne kierunki sił przecinających się w jednym punkcie, np. siłę S oraz siłę oddziaływania $P_{13}B$ oznaczając punkt D.

Podobnie postępujemy z drugą parą sił P_{23} oraz $P_{13}A$ wyznaczając punkt E.

Punkty D i E łączymy prostą (prosta Culmanna).

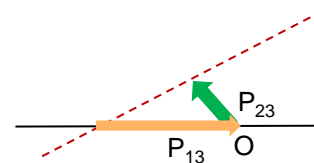
Kinetostatyka - zadanie

Zadanie 1

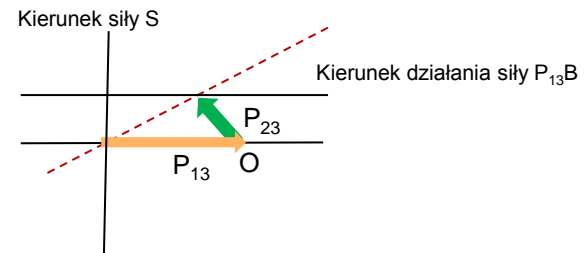
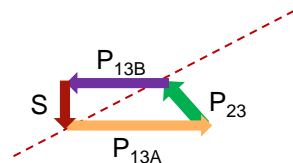


Metoda Culmanna

Kolejno w dowolnym punkcie O odkładamy wektor siły P_{23} i do jego końca przykładamy kierunek prostej Culmanna. Zamknięcie wieloboku siły P_{23} i prostą C wyznacza długość wektora siły $P_{13}A$.



Następnie z końca wektora P_{23} prowadzimy kierunek siły $P_{13}B$, a kolejno kierunek siły S prowadząc do zamknięcia wieloboku sił



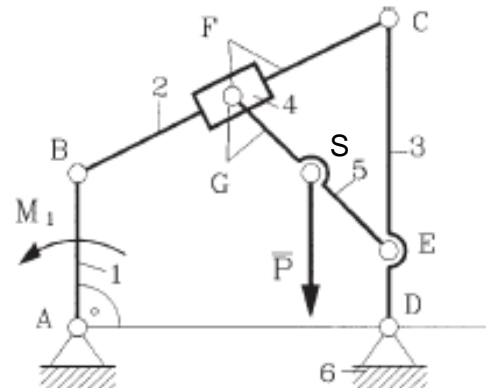
Kinetostatyka - zadanie

Zadanie 2 – do samodzielnego rozwiązania

Wyznaczyć moment równoważący siłę P oraz siły oddziaływania w parach kinematycznych. Wpływ tarcia pominąć.

Dane:

$P=100\text{ N}$, AB , BC , CD , BF , DE , GS , ES , AD





Dziękuję za uwagę