



Wrocław University of Technology

Teoria systemów i mechanizmów

Opracował:
Przemysław Jaszak

Katedra Inżynierii Konwersji Energii

ul. Na Grobli 15, Wrocław
bud. L-1, pok. 312
tel. 71 320 4825



Wykład 2

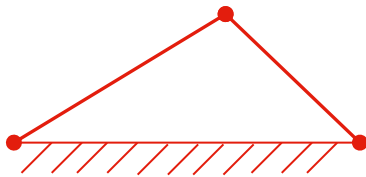
Ruchliwość układu kinematycznego
i klasyfikacja mechanizmów

Ruchliwość

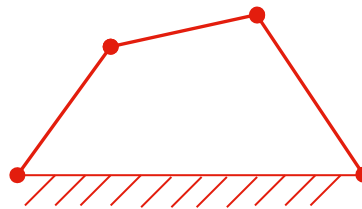
Def.1 Ruchliwość układu kinematycznego (W) jest to zdolność do wykonywania ruchu.

Def.2 Ruchliwość (W) jest to liczba stopni swobody jaką posiadają człony układu kinematycznego względem podstawy.

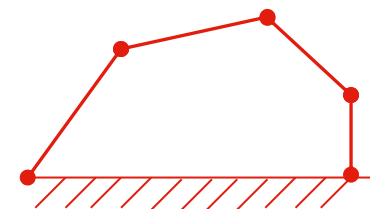
Def.3 Ruchliwość (W) określa liczbę napędów, którą należy zastosować aby ruch układu kinematycznego był jednoznaczny.



$W=0$



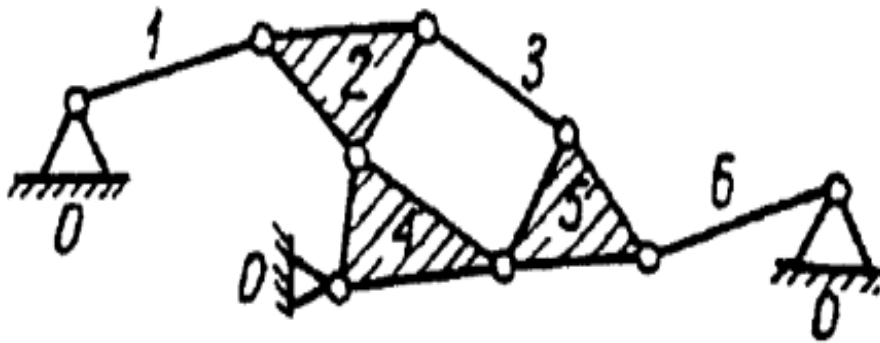
$W=1$



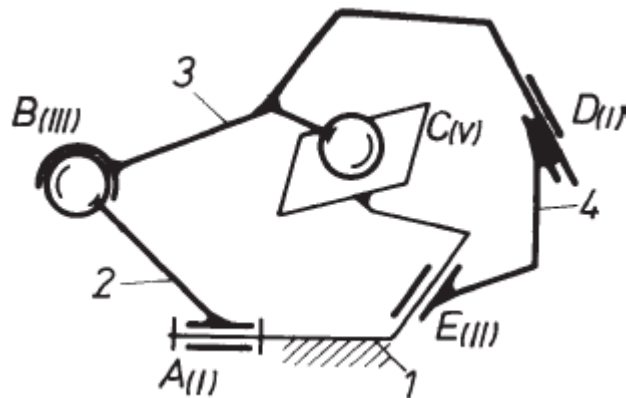
$W=2$



Ruchliwość



$W=?$



$W=?$

Ruchliwość

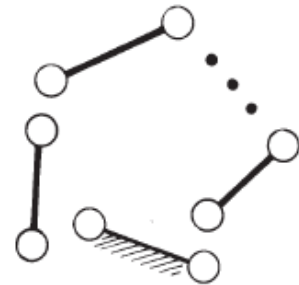
Wzory strukturalne

Sumaryczna liczba członów układu kinematycznego jest równa:

$$n = n_2 + n_3 + n_4 + \dots n_i$$

gdzie:

n_i – oznacza liczbę członów o ilości węzłów N_i



Ze względu na fakt, że w każdym układzie kinematycznym jeden z członów pełni funkcję podstawy to liczba członów ruchowych jest równa $n-1$.

W układzie przestrzennym wszystkie człony ruchome przed wejściem w pary kinematyczne dysponowały sześcioma stopniami swobody.

$$x=6(n-1)$$



Ruchliwość

Wzory strukturalne

Wskutek połączenia członów ze sobą i z podstawą liczba stopni swobody zostaje pomniejszona. Jeżeli w rozpatrywanym łańcuchu przez p_i oznaczyć liczbę par i -tej klasy, przy czym w każdej parze jeden człon odbiera drugiemu $(6-i)$ stopni swobody to łącznie wszystkie człony tracą „ y ” stopni swobody:

$$y = \sum_1^5 (6 - i)p_i$$

Zatem ruchliwość jest wynikiem pozostałej liczby stopni swobody układu kinematycznego

$$W=x-y$$



Ruchliwość

Wzory strukturalne

Dla łańcucha przestrzennego:

$$W = 6(n-1) - \sum_1^5 (6-i)p_i$$

Dla łańcucha płaskiego:

$$W = 3(n-1) - \sum_1^2 (3-i)p_i$$

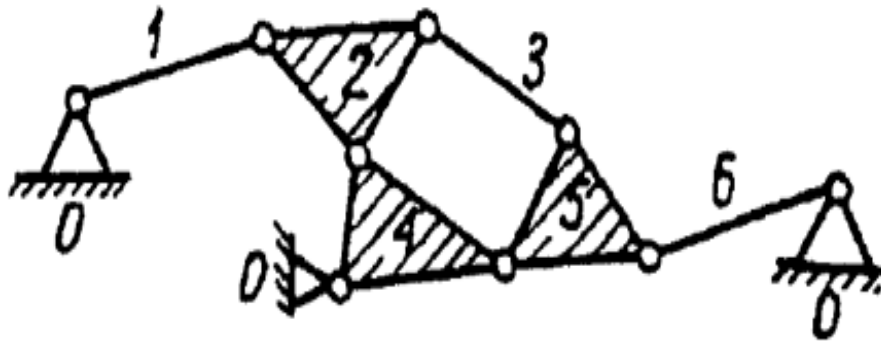
Po rozpisaniu dla łańcucha przestrzennego ruchliwość jest równa:

$$W = 6(n-1) - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5$$

dla łańcucha płaskiego:

$$W = 3(n-1) - 2p_1 - p_2$$

Ruchliwość



Dane:

$n=7$ członów

$p_1=9$

$p_2=0$

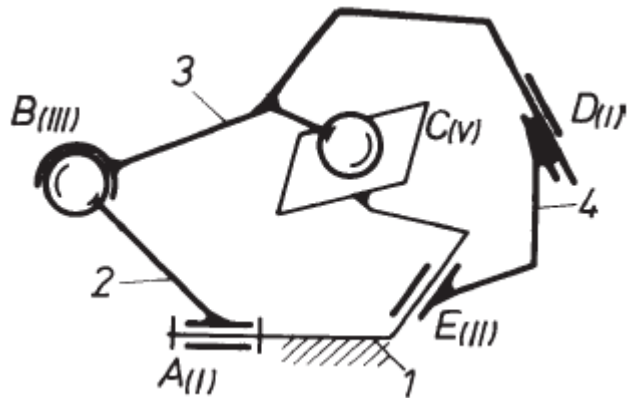
$$W=3(n-1)-2p_1-p_2$$

$$W=18-18=0$$

Łańcuch jest sztywny!



Ruchliwość



Dane:

$n=4$ członów

$p_1=2$ pary kl. I

$p_2=1$ pary kl. II

$p_3=1$ pary kl. III

$p_4=0$ pary kl. IV

$p_5=1$ pary kl. V

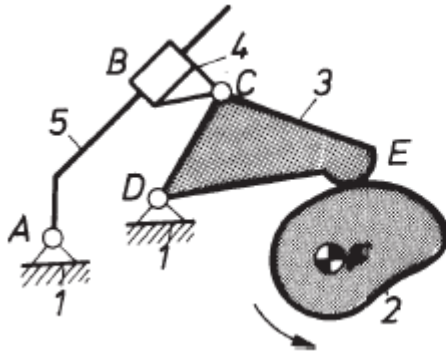
$$W=6(n-1)-5p_1-4p_2-3p_3-2p_4-1p_5$$

$$W=18-10-4-3-0-1=0$$

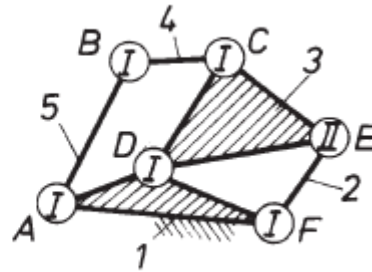


Ruchliwość

Model kinematyczny



Schemat strukturalny



Dane:

$n=5$ członów

$p_1=5$ pary kl. I

$p_2=1$ pary kl. II

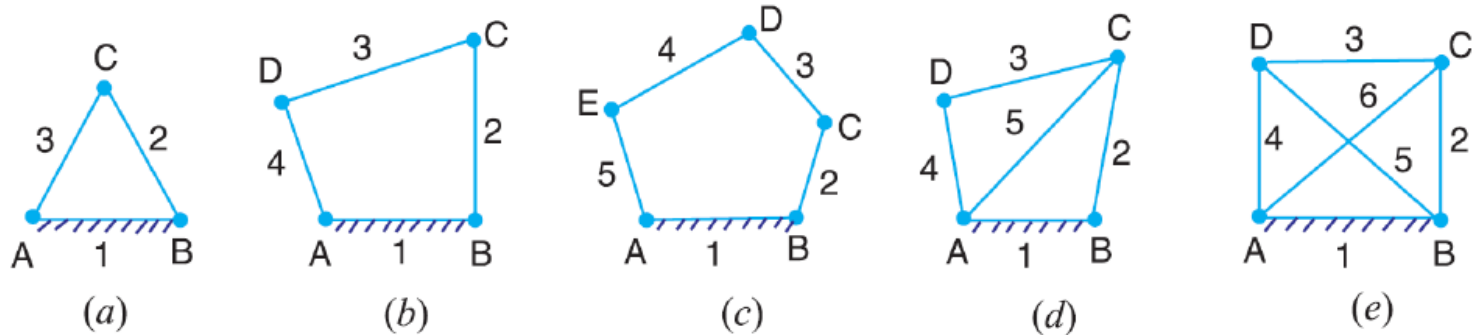
$$W=3(n-1)-2p_1-p_2$$

$$W=12-11=1$$

Układ jest jednobieżny !

Ruchliwość

Ruchliwość mechanizmów płaskich - przykłady



Ruchliwość mechanizmów zbudowanych w oparciu o pary obrotowe:

a) Mechanizm ma trzy człony i trzy pary kinematyczne klasy I tj. $n = 3$ and $p_1 = 3$

$$W = 3(3 - 1) - 2 \times 3 = 0$$

b) Mechanizm ma cztery człony i cztery pary kinematyczne klasy I tj. $n = 4$ and $p_1 = 4$

$$W = 3(4 - 1) - 2 \times 4 = 1$$

c) Mechanizm ma pięć członów i pięć par kinematycznych klasy I tj. $n = 5$ and $p_1 = 5$

$$W = 3(5 - 1) - 2 \times 5 = 2$$

d) Mechanizm ma pięć członów i sześć par kinematycznych klasy I tj. (para kinematyczna A i C jest parą dwukrotną) $n = 5$ and $p_1 = 6$

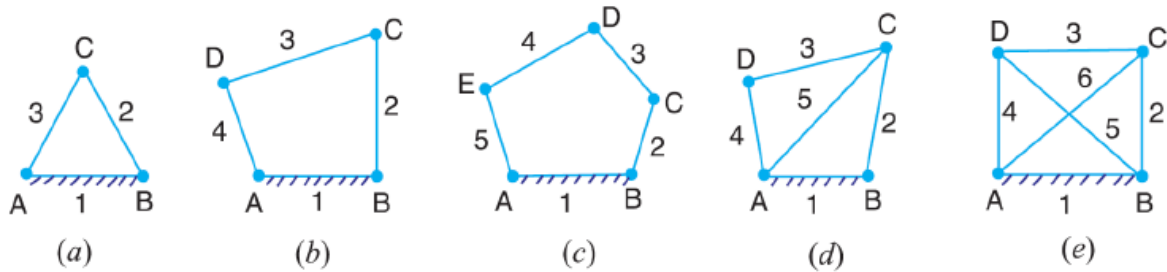
$$W = 3(5 - 1) - 2 \times 6 = 0$$

e) Mechanizm ma sześć członów i osiem par kinematycznych klasy I tj. $n = 6$ and $p_1 = 8$

$$W = 3(6 - 1) - 2 \times 8 = -1$$

Ruchliwość

Ruchliwość mechanizmów płaskich - przykłady



Należy zauważyć, że:

- Kiedy $W = 0$, to mechanizm tworzy układ sztywny i żaden ruch względny między członami nie jest możliwy, rys. *a* i *d*;
- Kiedy $W = 1$, to mechanizm może być napędzany jednym silnikiem, rys. *b*;
- Kiedy $W = 2$, to dwa niezależne źródła napędu są wymagane, aby zapewnić jednoznaczny ruch, rys. *c*;
- Kiedy $W = -1$ lub mniej, to występują niepotrzebne więzy i jest to układ sztywny statycznie niewyznaczalny, rys. *e*.

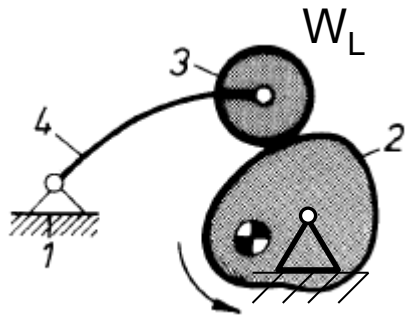


Ruchliwość

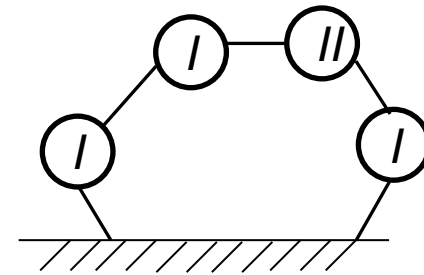
- $W \leq 0$ Mechanizm z zerową lub mniejszą ruchliwością określany jest jako mechanizm zablokowany i tworzy układ sztywny.
- $W > 1$ Mechanizm z ruchliwością większą niż jeden wymaga więcej niż jednego niezależnego źródła napędu. Generalnie taki mechanizm zapewnia dokładniejsze pozycjonowanie członów. Nie ma wymagania, aby projektowany mechanizm miał ruchliwość równą jeden, aczkolwiek upraszcza to sterowanie i jest stosowane w większości mechanizmów.

Ruchliwość

Ruchliwość lokalna



Schemat strukturalny



$$W=3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 \times 1 = 2$$

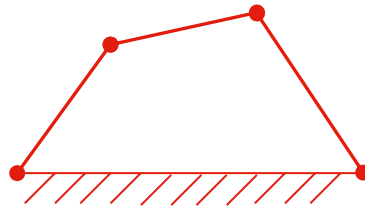
$$W=W_W+W_L$$

Czy na pewno do jednoznacznego określenia ruchu powyższy układ potrzebuje dwóch napędów?

W – ruchliwość liczona wg wzoru strukturalnego,
 W_W – ruchliwość wykorzystywana
 W_L – ruchliwość lokalna

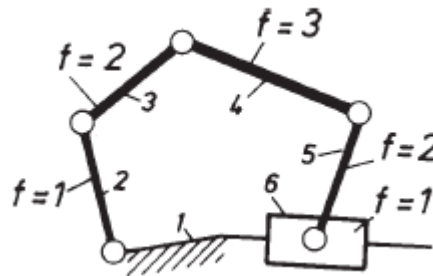
Ruchliwość

W pewnych przypadkach wartość ruchliwości wyznacza liczbę stopni swobody wszystkich członów względem pozostałych.



$$W=1$$

W innych przypadkach ruchliwość oznacza stopnie swobody członu najbardziej ruchliwego.

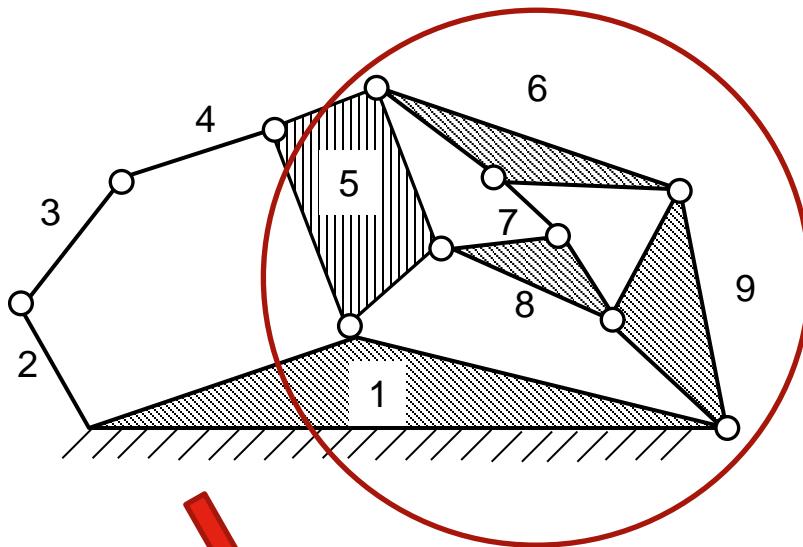


$$W=3$$

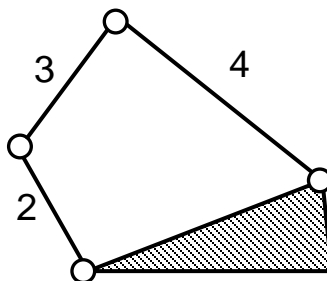


Ruchliwość

Ruchliwość niezupełna



$$W_{59} = 3 \times 5 - 2 \times 8 = -1$$

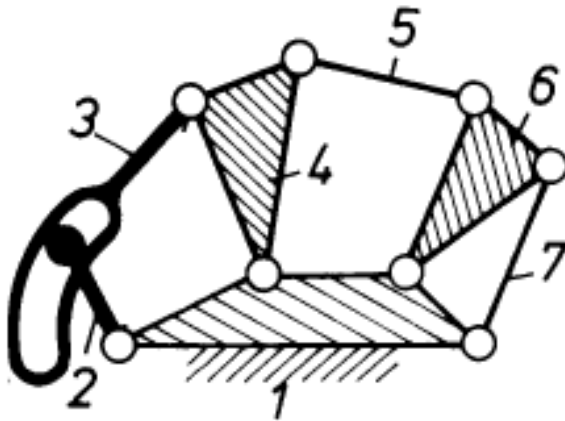


$$W_{24} = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1$$

$$W = W_{59} + W_{24} = 0$$

Ruchliwość

Ruchliwość niepełna



$$W=1$$

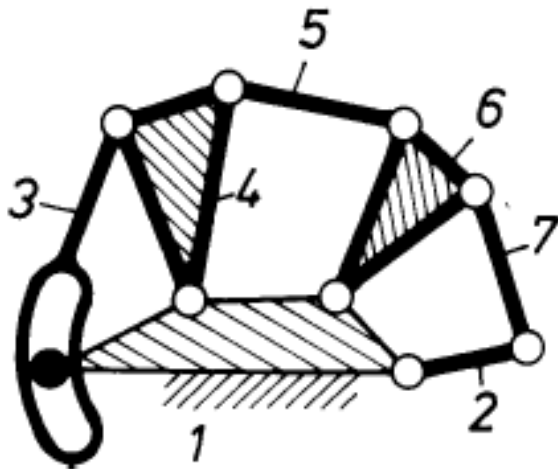
Ruchliwość niepełna występuje w przypadku kiedy nie wszystkie z „ruchomych” członów układu kinematycznego wykonują względem siebie ruch. Innymi słowy ruchliwość niepełna występuje w przypadku lokalnego usztywnienia układu.



Ruchliwość

Ruchliwość zupełna jednorodna

Występuje w przypadku kiedy ruchliwość układu kinematycznego $W=1$ oraz kiedy każdy z członów ruchomych względem podstawy dysponuje taką samą liczbą stopni swobody.



$$W=1$$

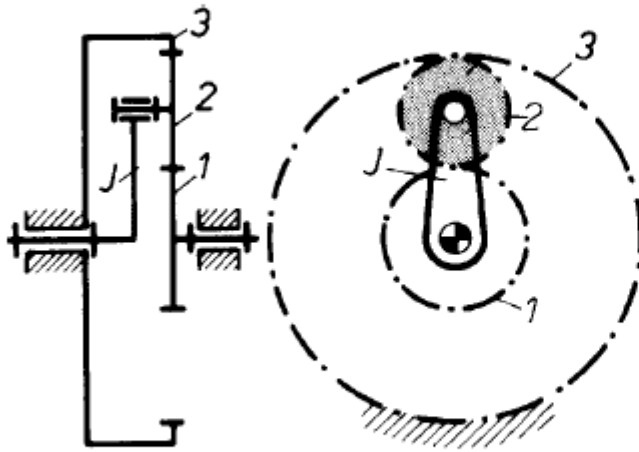


Ruchliwość

Więzy bierne

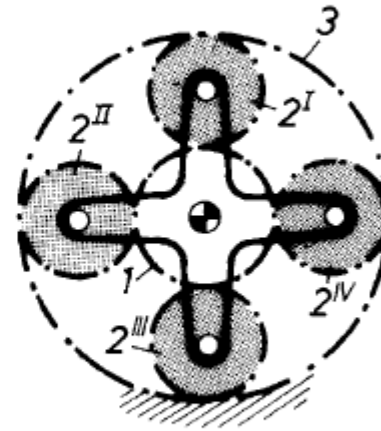


Więzy bierne (przesztywnienia)



$$W_{\text{rzeczywiste}} = 1$$

$$W_{\text{równanie}} = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 2 = 1$$



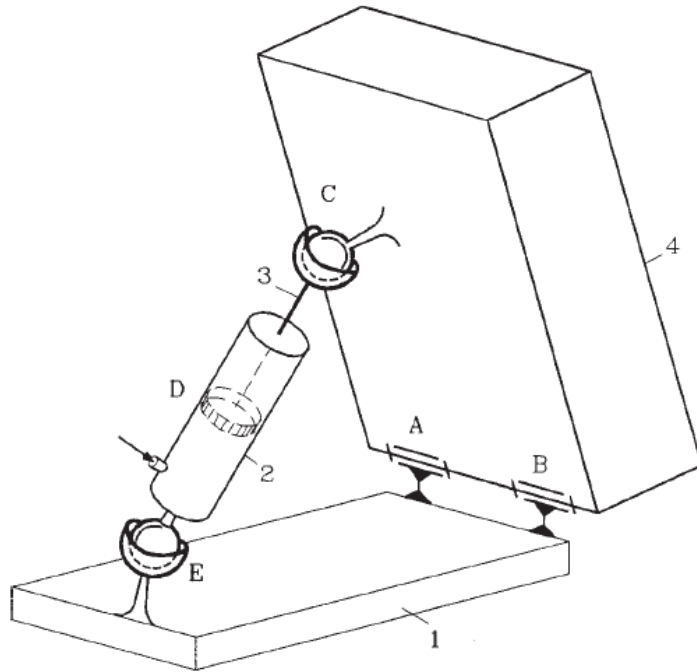
$$W_{\text{rzeczywiste}} = 1$$

$$W_{\text{równanie}} = 3 \times 6 - 2 \times 6 - 8 = -2$$



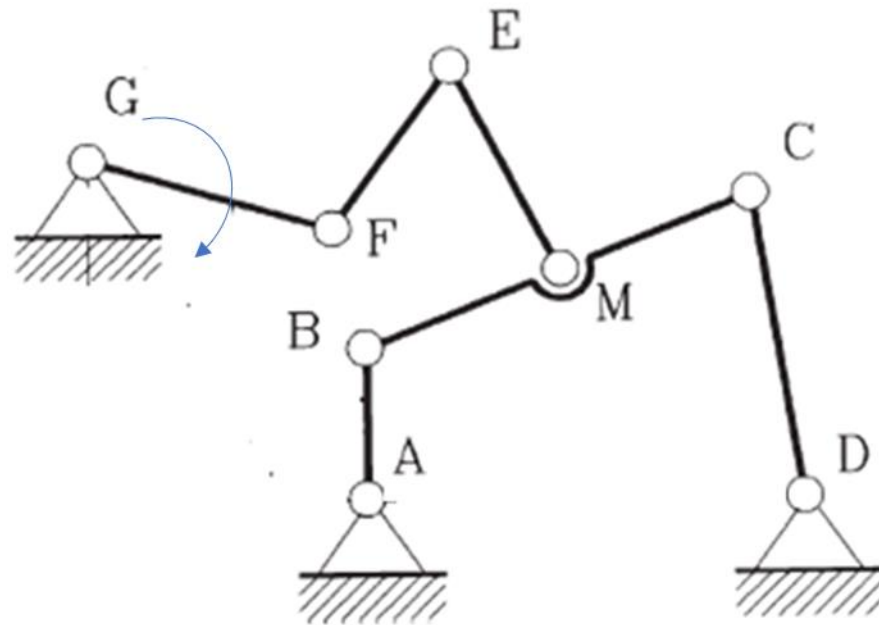
Ruchliwość

Więzy bierne



Ruchliwość

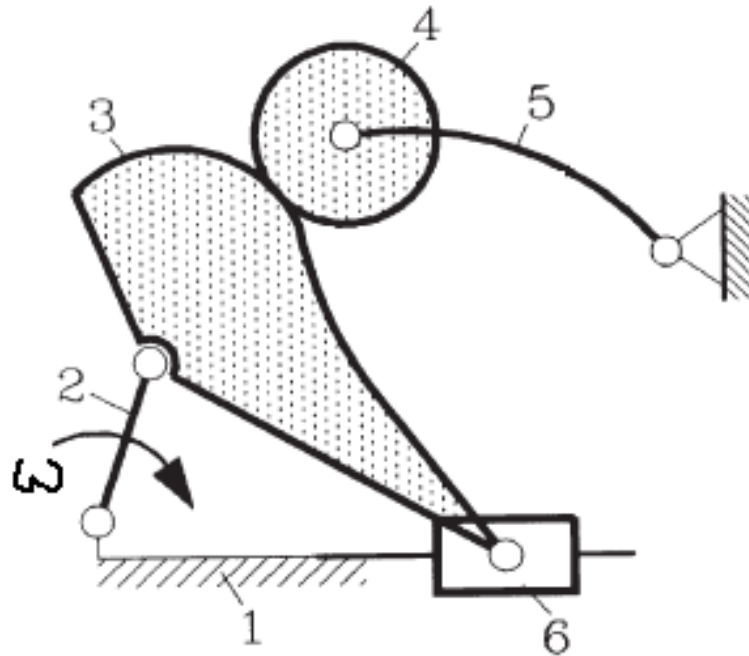
Oblicz ruchliwość mechanizmu płaskiego





Ruchliwość

Oblicz ruchliwość mechanizmu płaskiego

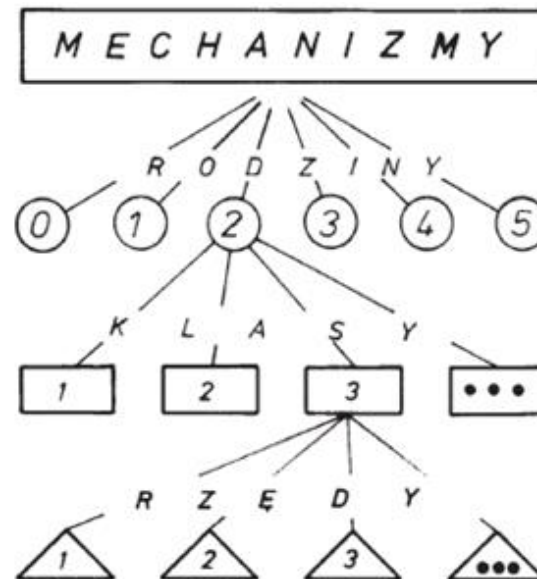


Klasyfikacja mechanizmów

Występują trzy typy klasyfikacji mechanizmów:

- strukturalna,
- konstrukcyjna,
- funkcjonalna.

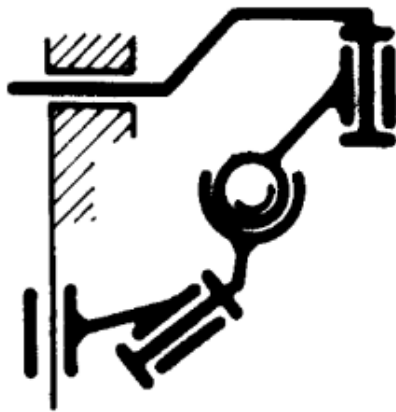
Klasyfikację strukturalną, czyli podział zgodnie z cechami strukturalnymi,



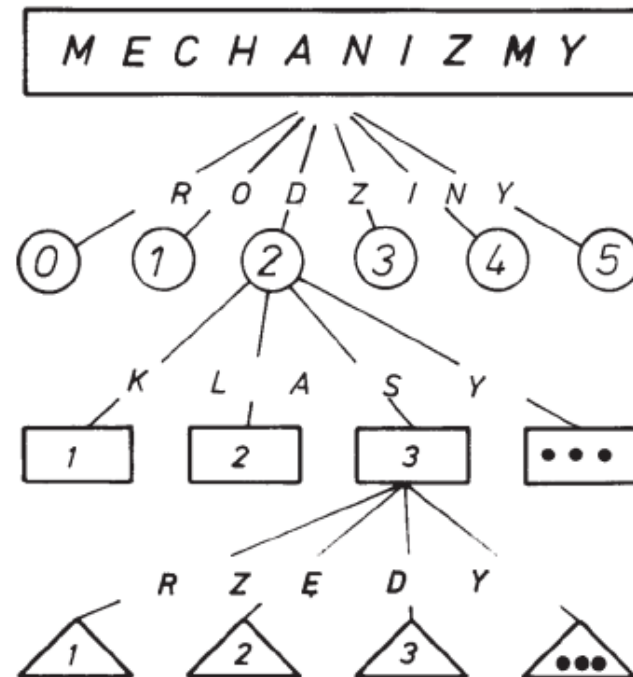
Klasyfikacja mechanizmów

Rodzina

Jest sześć rodzin od 0 do 5. Przynależność do rodziny wynika z narzuconych więzów. Są one określane względem przyjętego układu współrzędnych wspólnie dla wszystkich członów. W **rodzinie 0** członki mają sumarycznie sześć stopni swobody (rys. 1)



Rys. 1. Rodzina 0 – sześć stopni swobody [Miller 1989]



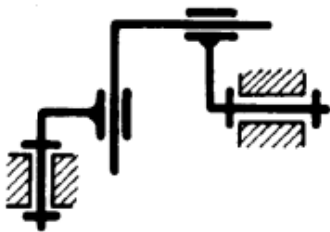
Klasyfikacja mechanizmów

Rodzina

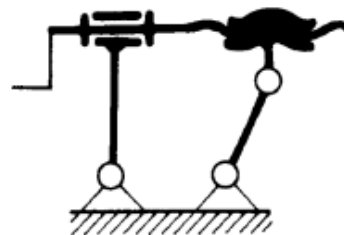
Rodzina 1 – wszystkie człony mają odebrany jeden wspólny stopień swobody. Dla mechanizmu na rys. 1, jest to obrót względem osi prostopadłej do płaszczyzny rysunku.

Rodzina 2 – wszystkie człony mają odebrane dwa wspólne stopnie swobody. Dla mechanizmu na rys. 2 jest to obrót względem osi pionowej i przesunięcie względem osi prostopadłej do płaszczyzny rysunku.

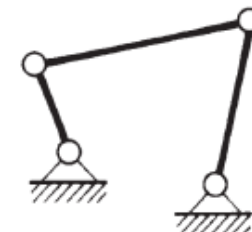
Rodzina 3 – wszystkie człony mają odebrane trzy wspólne stopnie swobody. Dla mechanizmu na rys. 3, jest to obrót względem osi pionowej oraz poziomej i przesunięcie względem osi prostopadłej do płaszczyzny rysunku. Do tej grupy należą głównie mechanizmy płaskie (również mechanizmy przestrzenne kuliste).



Rys. 1. Rodzina 1 –
pięć stopni swobody [Miller 1989]



Rys. 2. Rodzina 2 –
cztery stopnie swobody [Miller 1989]



Rys. 3. Rodzina 3 –
trzy stopnie swobody [Miller 1989]

Klasyfikacja mechanizmów

Rodzina

Rodzina 4 – wszystkie człony mają pozostawione w sumie dwa stopnie swobody. Dla mechanizmu klinowego na rys. 1 jest to przesunięcie względem osi poziomej i pionowej. Należą do tej rodziny mechanizmy z parami przesuwnymi (klinowe) i mechanizmy śrubowe.

Rodzina 5 – człon ma pozostawiony jeden stopień swobody (rys. 2). Do tej rodziny należą człony czynne (napędzające).



Rys. 1. Rodzina 4 –
dwa stopnie swobody [Miller 1989]



Rys. 2. Rodzina 5 –
jeden stopień swobody [Miller 1989]



Klasyfikacja mechanizmów

Klasa mechanizmu (prezentowany tu opis dotyczy mechanizmów płaskich)

Klasa mechanizmu określana jest na podstawie klasy grup strukturalnych (Assura) wchodzących w skład mechanizmu. Należy przeprowadzić następujące kroki w celu ustalenia klasy mechanizmu:

1. Wykonać schemat kinematyczny mechanizmu, którego ruchliwość odpowiada ruchliwości rzeczywistej (usunąć więzy bierne i ruchliwości lokalne).
2. Jeżeli występują pary klasy II, to należy utworzyć schemat kinematyczny zastępczy, w którym zastąpione są one parami klasy I.
3. Określić klasę grupy Assura. Klasa mechanizmu jest równa najwyższej klasie grupy występującej w mechanizmie. W przypadku niektórych mechanizmów, np. z przekładnią zębatą lub skomplikowanych, wygodnie jest wcześniej utworzyć schemat strukturalny.



Klasyfikacja mechanizmów

Klasa mechanizmu

Należy wyjaśnić pojęcie grupy Assura i jej klasy.

Grupa strukturalna (Assura) jest to łańcuch kinematyczny łącznie spełniający warunki:

1. Po połączeniu z podstawą wolnych członów tworzy układ sztywny.
2. Nie ma możliwości podziału na prostsze łańcuchy spełniające warunek pierwszy.
3. Wydzielając grupę strukturalną z istniejącego mechanizmu nie można zmienić jego ruchliwości.

Z punktu 1 wynika, że grupa Assura ma ruchliwość równą 0 i obowiązuje ją równanie strukturalne postaci:

$$3n - 2p_1 = 0$$

$$3n = 2p_1$$

Z równania uzyskuje się informację ile członów i par kinematycznych klasy *I* może mieć grupa Assura (tab.).

Liczba członów n	2	4	6	...
Liczba par kinematycznych p_1	3	6	9	...

Klasyfikacja mechanizmów

Klasa mechanizmu

Klasa grupy Assura dla 2 członów i 3 par kinematycznych określana jest jako druga (jedna wewnętrzna para kinematyczna).

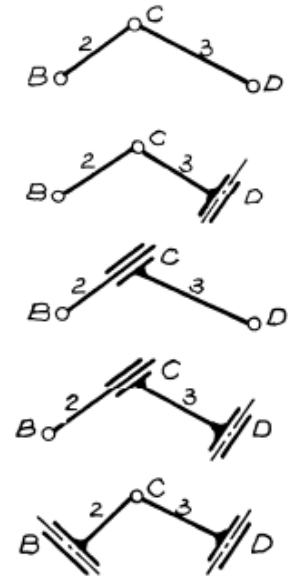


Rys. Przykładowa grupa Assura przyłączona do podstawy [Miller 1989]

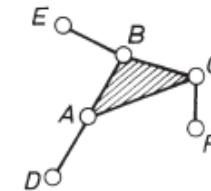
Dla pozostałych grup, składających się z większej ilości członów, o klasie grupy decyduje liczba boków największego wieloboku zamkniętego tej grupy*.

*Według niektórych źródeł [np. Siemieniako 1999, Miller 1989] o klasie grupy decyduje liczba członów i par kinematycznych. Poniżej przedstawiono tabelę z przynależnością grup do klas według tej reguły.

Klasa grupy	II	III	IV	
Liczba członów n	2	4	6	...
Liczba par kinematycznych p_1	3	6	9	...



Rys. Wszystkie warianty grupy klasy 2 z parami klasy I [Młynarski 1997]



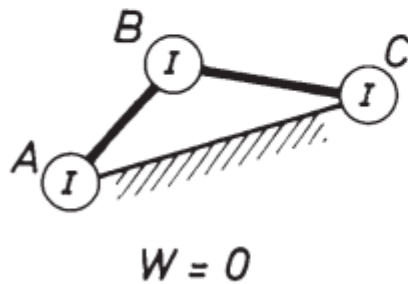
Rys. Przykładowa grupa klasy III [Miller 1989]

Klasyfikacja mechanizmów

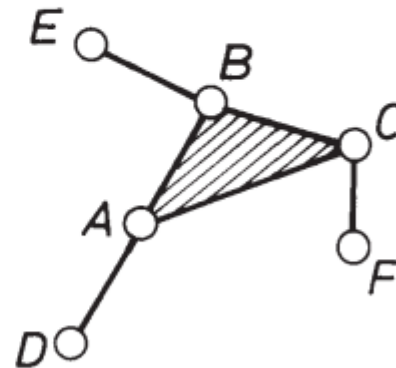
Niektórzy autorzy określają człon napędowy jako grupę klasy *I*.

Rząd mechanizmu

Rząd mechanizmu definiowany jest jako liczba pólpar zewnętrznych grupy, które po połączeniu z podstawą tworzą strukturę.

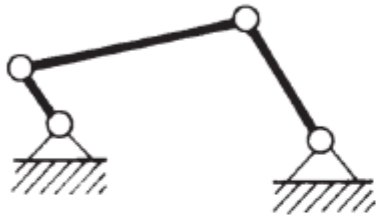


Rys. Grupa rzędu 2

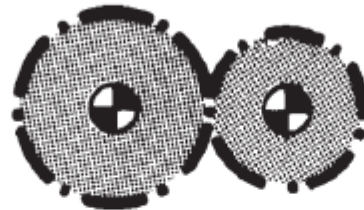


Klasyfikacja mechanizmów

Klasyfikacja konstrukcyjna dzieli mechanizmy ze względu na właściwości konstrukcyjne.



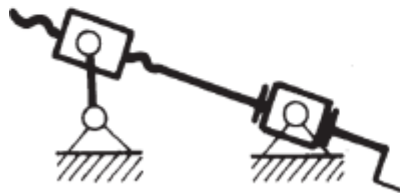
Dźwigniowe



Zębate



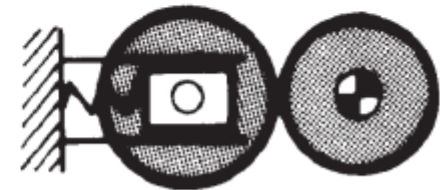
Ciężnowe



Śrubowe



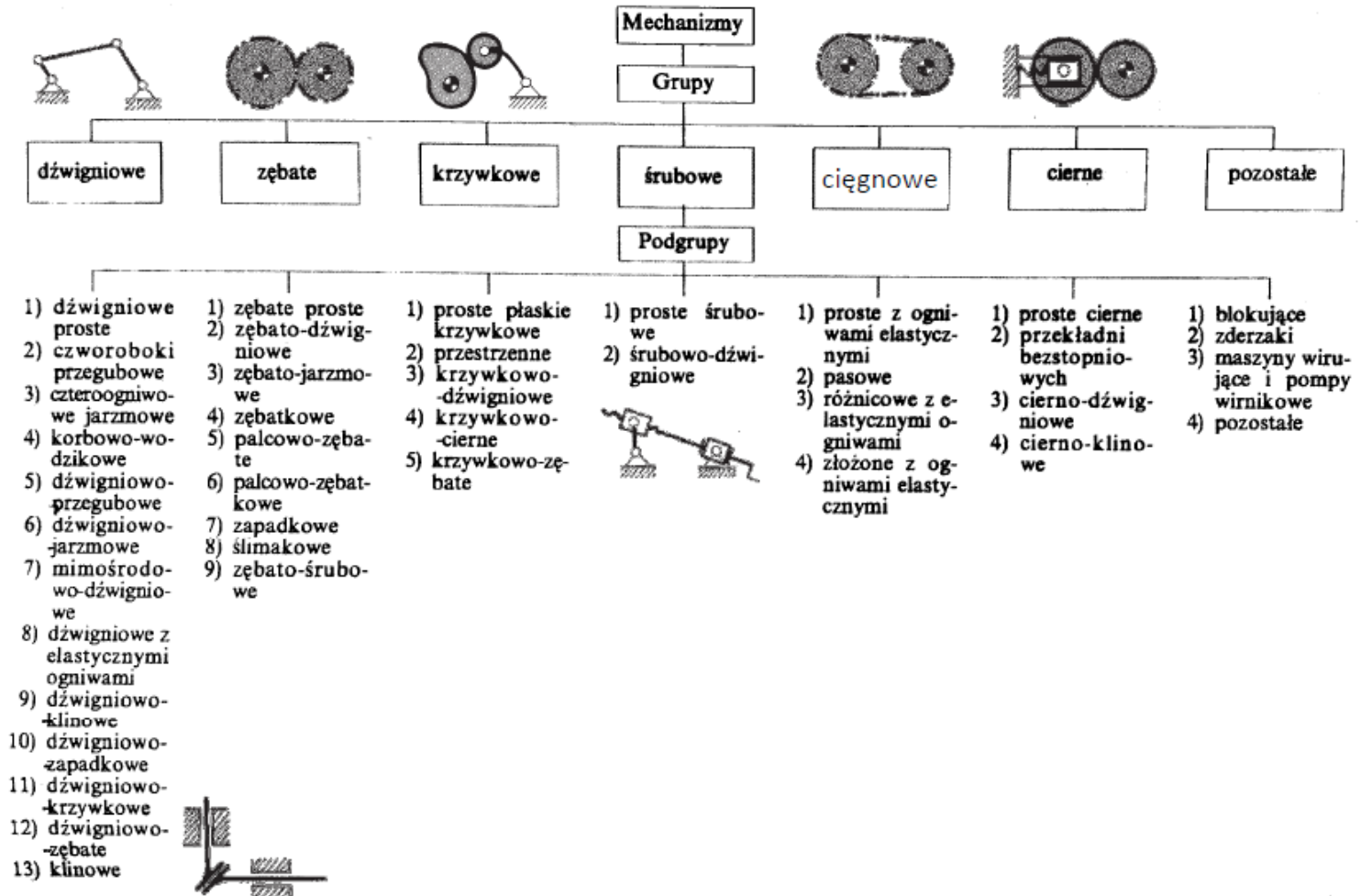
Krzywkowe



Cierne



Klasyfikacja mechanizmów

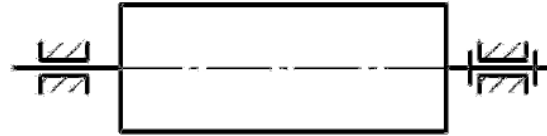


Klasyfikacja mechanizmów

Mechanizmy dźwigniowe

W skład tej grupy, za Parszewskim, zaliczane są mechanizmy zbudowane tylko z niższych par kinematycznych z wyjątkiem śrubowej.

Najprostszym mechanizmem z tej grupy jest wałek wirnika np. wentylatora, silnika elektrycznego podparty w łożyskach.



Podstawowym mechanizmem jest natomiast czworobok przegubowy. Znaczna część mechanizmów dźwigniowych może być otrzymana na jego podstawie w drodze odpowiednich przekształceń.

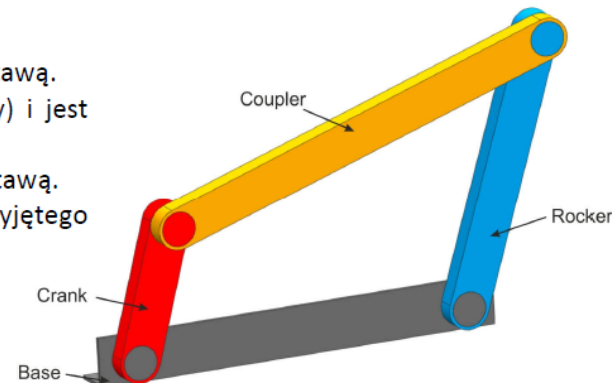
Typy członów występujące w czworoboku przegubowym:

Korba – może wykonać pełny obrót i jest połączona z podstawą.

Wahacz – wykonuje ruch obrotowo-zwrotny (wahadłowy) i jest połączony z podstawą.

Łącznik – wykonuje ruch złożony i nie jest połączony z podstawą.

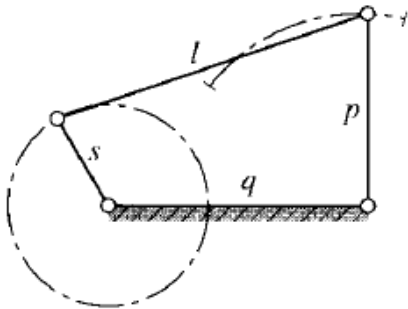
Podstawa (rama) – nie wykonuje ruchu względem przyjętego układu odniesienia.



Klasyfikacja mechanizmów

Mechanizmy dźwigniowe

Z praktycznego punktu widzenia ważne jest, jakie warunki muszą spełniać człony czworoboku przegubowego, aby jeden z nich mógł wykonać pełny obrót. Z tym członem można połączyć silnik. Rozwiązaniem jest warunek Grashof'a, według którego suma długości członu najkrótszego i najdłuższego nie może być większa od sumy długości pozostałych członów:



$$s + l \leq p + q$$

s = długość najkrótszego członu

l = długość najdłuższego członu

p = długość pozostałego członu

q = długość pozostałego członu

Reuleaux również rozwiązał ten problem tylko uzyskał cztery równania:

$$s + l + p \geq q$$

$$s + l - p \leq q$$

$$s + q + p \geq l$$

$$s + q - p \leq l$$

s - korba

l - łącznik

p - wahacz

q - podstawa

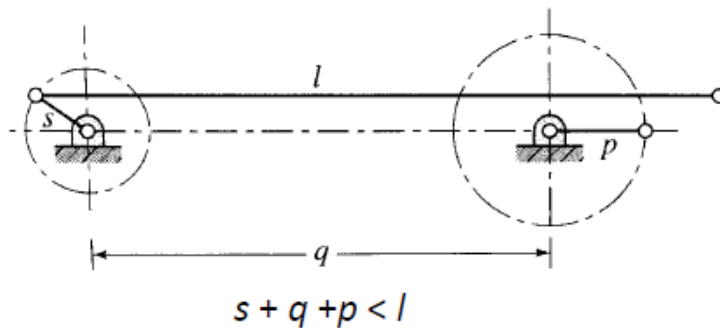
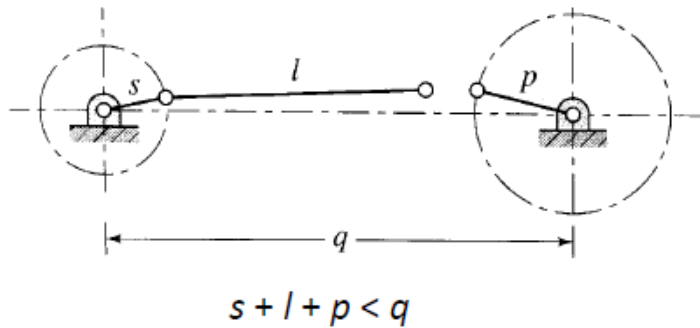
Wynik jest oczywiście taki sam.

Klasyfikacja mechanizmów

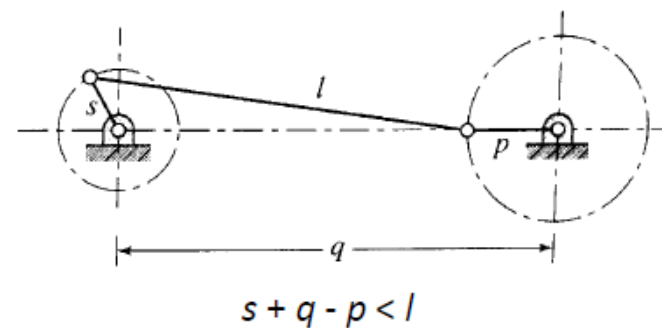
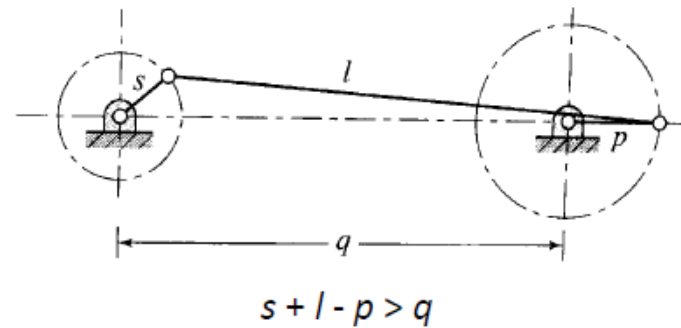
Mechanizmy dźwigniowe

Na poniższych rysunkach zobrazowane jest niespełnienie tych czterech warunków.

Brak możliwości realizacji



Człon s nie jest korbą



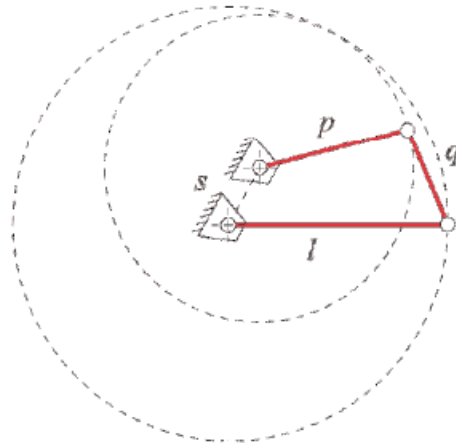
Klasyfikacja mechanizmów

Mechanizmy dźwigniowe

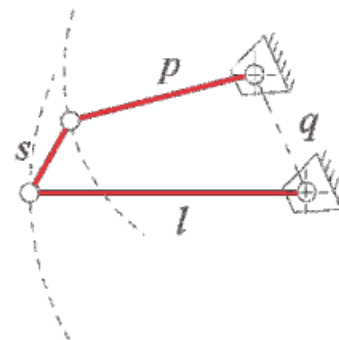
W zależności od przyjęcia różnych funkcji przez człony otrzymuje się trzy typy mechanizmów.



Mechanizm korbowo-wahaczowy



Mechanizm dwukorbowy

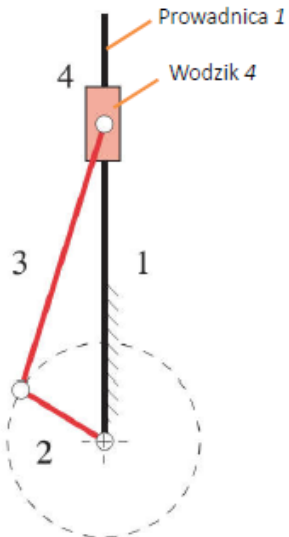


Mechanizm dwuwahaczowy

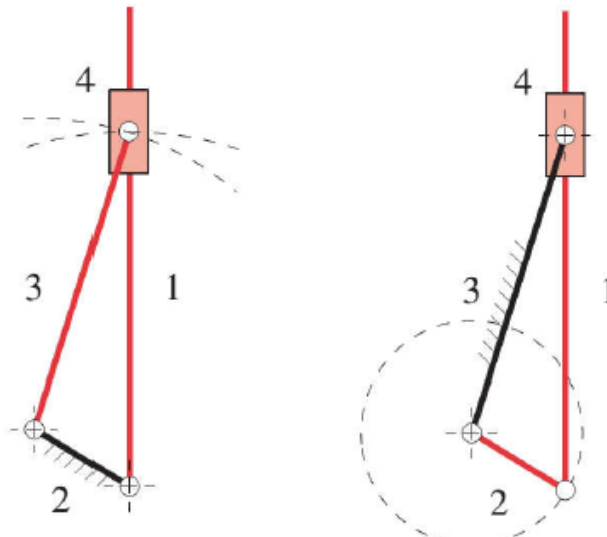
Klasyfikacja mechanizmów

Mechanizmy dźwigniowe

Dokonując transformacji pary obrotowej na przesuwną czworoboku przegubowego otrzymuje się mechanizm *korbowo-wodzikowy* zwany również *korbowo-suwakowy* lub krótko *korbowy* (rys. 1). Stosowany jest on powszechnie w silnikach spalinowych i sprężarkach. Jeżeli prowadnica 1 suwaka 4 jest ruchoma, to taki mechanizm nazywamy *jarzmowym* (rys. 2).



Rys. 1. Mechanizm korbowo-wodzikowy



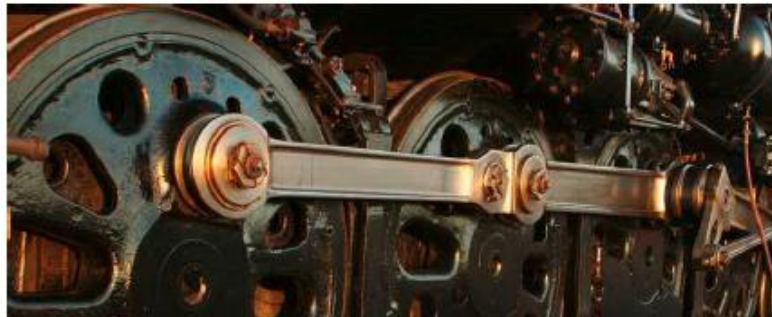
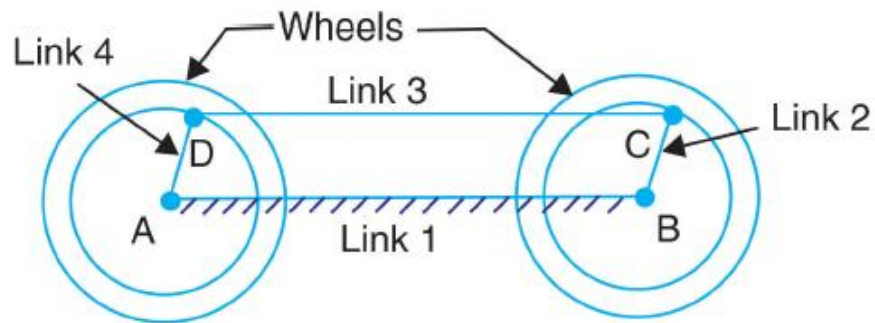
Rys. 2. Mechanizm jarzmowy w dwóch wariantach

Klasyfikacja mechanizmów

Mechanizmy dźwigniowe

Przykłady

Czworobok przegubowy (równoległobok) stosowany w przeniesieniu napędu kół



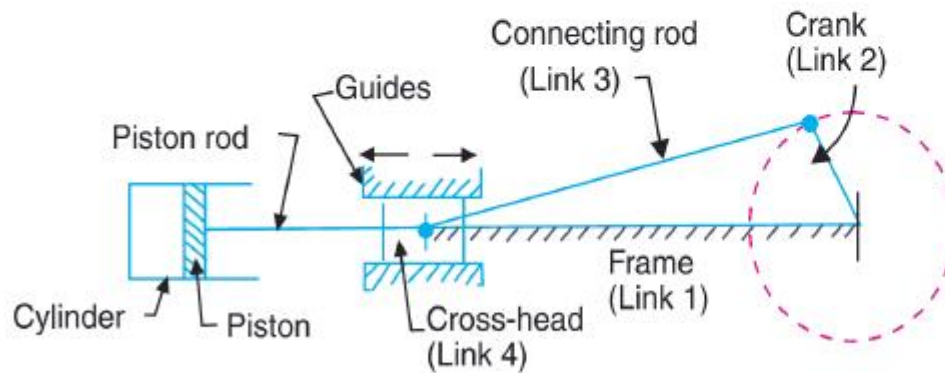


Klasyfikacja mechanizmów

Mechanizmy dźwigniowe

Przykłady

Układ korobowo-tłokowy

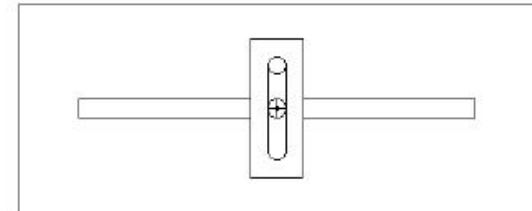
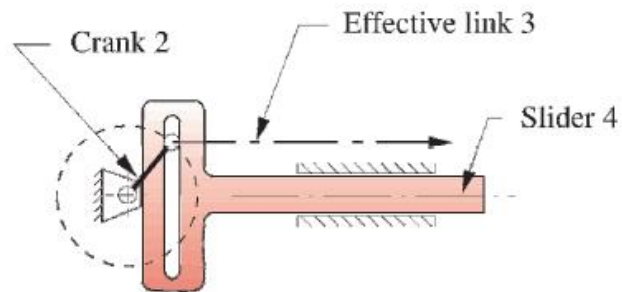


Klasyfikacja mechanizmów

Mechanizmy dźwigniowe

Przykłady

Mechanizm jarzmowy





Dziękuję za uwagę