

Opinia na temat rozprawy doktorskiej mgra inż. Andrzeja Kosiora pt. **Modelowanie ewolucji trójwymiarowych struktur wirowych w cieczy lepkiej metodami cząstek wirowych z wykorzystaniem obliczeń równoległych.**

1. Ogólna struktura pracy

Recenzowana praca doktorska, wydana na Politechnice Wrocławskiej w 2015 r., liczy 129 stron i składa się z ośmiu rozdziałów. Praca zawiera również wykaz ważniejszych oznaczeń, spis rysunków oraz streszczenie w językach polskim i angielskim. Bibliografia obejmuje 109 pozycji, w tym 15 prac w udziale autorskim doktoranta (w ośmiu pracach doktorant jest wymieniony jako pierwszy autor). Sześć z tych prac to artykuły naukowe opublikowane w recenzowanych czasopismach z listy JCR.

2. Tematyka pracy

Rozprawa doktorska mgra inż. Andrzeja Kosiora poświęcona jest zagadnieniom numerycznego modelowania trójwymiarowych przepływów wirowych cieczy newtonowskiej. Ważną klasą metod komputerowej symulacji takich przepływów są metody wirowe. W metodach tych pole prędkości cieczy jest efektem superpozycji pól prędkości indukowanej przez zbiór niewielkich nośników wirowości zwanych cząstkami wirowymi. W przypadku dwuwymiarowym konstrukcja cząstek wirowych jest bardzo prosta: jest to zwykle niewielki kołowy obszar wypełniony wirowością o zadanym osiowo symetrycznym rozkładzie przestrzennym. Rozkład ten jest sparametryzowany tylko jedną wielkością, a mianowicie całkowitym ładunkiem wirowości niesionym przez cząstkę, czyli cyrkulacją pola indukowanego przez cząstkę (poza wirowym jądrem cząstki pole indukowane jest potencjalne). W przypadku ruchu w obszarach nieograniczonych pozbawionych brzegów cząstki wirowe poruszają się w wyniku wzajemnej indukcji. Jeżeli obszar przepływu posiada brzeg materialny, to spełnienie na nim warunku kinematycznego wymaga wprowadzenia do symulacji dodatkowych składników pola prędkości, a także generowania w kolejnych krokach czasowych symulacji nowych cząstek wirowych w pobliżu tego brzegu.

Uogólnienie metody cząstek wirowych na przypadek 3D nie jest proste, m.in. z powodu narzuconego na wirowość kinematycznego warunku braku dywergencji (warunek ten w 2D spełniony jest trywialnie). Pomimo tej trudności, konstrukcja odpowiedniej cząstki wirowej w 3D jest możliwa. Prawdziwą barierą jest jednak efektywne obliczanie indukcji, szczególnie, że w przypadkach 3D wymagana liczba cząstek do dokładnej aproksymacji struktur wirowych w ich szerokim spektrum skal przestrzennych jest typowo rzędu milionów lub większa. Stosowane w przypadku 2D algorytmy szybkiego liczenia indukcji (np. metoda rozwinięć multipolowych Greengarda-Rokhlina) nie mają równie efektywnych uogólnień na przypadek 3D. Ponadto, ich implementacja równoległa wydaje się skrajnie trudna, o ile w ogóle możliwa. Dodatkowym problemem w metodach wirowych jest uwzględnienie lepkości

cieczy. Wg klasycznej propozycji Chorina efekty lepkie mogą być symulowane poprzez ruch losowy cząstek. Doświadczenie ze stosowaniem tego wariantu metod wirowych dowiodło jednak w praktyce ich niewielkiej dokładności. Rozwinięto alternatywne bezsiatkowe algorytmy deterministyczne (np. metoda Shankara-Domellena), są one jednak obliczeniowo złożone, a także trudne w implementacji na komputerach wieloprocessorowych.

Panaceum na wszystkie wymienione trudności wydaje się być obecnie semi-lagranżowska metoda „wirów w komórce” (ang. vortex-in-cell”) stanowiąca przedmiot recenzowanej rozprawy. W metodzie tej prędkość indukowana obliczana jest metodami siatkowymi na podstawie rozwiązania równania Poissona dla wektorowej funkcji prądu. Kluczowym elementem metody jest zastąpienie pola wirowości wynikającego z chwilowych położeń cząstek wirowych (które, na ogół, nie pokrywają się z węzłami siatki) przez - w odpowiednim sensie równoważny - rozkład wirowości w węzłach siatki. Proces ten, zwany redystrybucją wirowości, nie jest trywialny i wymaga zachowania odpowiedniej liczby momentów rozkładu przestrzennego wirowości. Po zastosowaniu operatora rotacji do obliczonej numerycznie funkcji prądu otrzymywane jest pole prędkości, co pozwala obliczyć położenia cząstek wirowych w następnym kroku symulacji. Obliczana jest również zmiana ładunku cząstek wirowych symulująca proces rozciągania włókien wirowych (efekt vortex-stretching). Po powtórnej redystrybucji dyskretnych cząstek wirowych do równoważnego rozkładu w węzłach siatki pozostaje rozwiązać zagadnienie dyfuzji wirowości związanej z lepkością cieczy.

Mimo pozornej prostoty opisanego algorytmu, jego efektywna implementacja jest nietrywialna. Kluczowym problemem jest taka organizacja procesu obliczeniowego, aby każdy z w/w etapów mógł być skutecznie zrównoleglony. W swojej rozprawie autor podjął się ambitnego zadania polegającego na opracowaniu takiej równoległej implementacji, i to przy wykorzystaniu nowoczesnej technologii obliczeń na kartach graficznych. Zamiar ten dobrze wpisuje się we współczesną tendencję coraz szerszego wykorzystania technologii GPU w obliczeniach naukowych. Jednocześnie, autor zaplanował i przeprowadził obszerną analizę weryfikującą poprawność i efektywność obliczeniową opracowanej metody. Przeprowadzone obliczenia dotyczą przypadków ruchów wirowych o bardzo interesującej dynamice, a uzyskane wyniki mają - moim zdaniem - znaczącą wartość naukową i poznawczą.

Stwierdzam, że tematyka rozprawy oraz zakres podjętych przez doktoranta badań dobrze wpisują się w aktualne trendy rozwoju Obliczeniowej Mechaniki Płynów i wykorzystaniu w niej najnowszych technologii komputerowych. Stwierdzam również, że podjęta przez autora rozprawy problematyka jest naukowo istotna, dotyczy bowiem metod i narzędzi obliczeniowych służących lepszemu zrozumieniu dynamiki ruchów wirowych, a także ściśle z nią powiązanych mechanizmów rządzących przepływami chaotycznymi i turbulentnymi.

W swojej rozprawie doktorskiej autor podjął wyzwanie opracowania metody „wir w komórce” dla przepływów w nieograniczonej przestrzeni trójwymiarowej, a następnie opracowania jej implementacji równoległej działającej na procesorach kart graficznych (GPU). Realizacja tego ambitnego zadania wymagała – z jednej strony - wiedzy i umiejętności z dziedziny metod numerycznych i Obliczeniowej Mechaniki Płynów, a z drugiej strony – kompetencji w dziedzinie zaawansowanego programowania komputerów i

dogłębnej znajomości metod wykorzystania kart graficznych jako narzędzi do obliczeń naukowych. Przeprowadzenie zaprezentowanych w rozprawie testów i krytyczna analiza wyników wymagały ponadto pogłębionej wiedzy z zakresu dynamiki wirów.

Mogę zatem stwierdzić, że zadanie naukowe, którego podjął się autor rozprawy zostało postawione w sposób ambitny, a stopień jego trudności pod względem zakresu ujętych w nim zjawisk jak i złożoności algorytmicznej jest odpowiedni dla rozprawy doktorskiej.

Zawartość merytoryczna pracy

Rozdział 1 zawiera dość obszerne wprowadzenie w problematykę rozprawy. Autor koncentruje się na omówieniu podstawowych zjawisk w dynamice wirów takich, jak różne warianty rekonekcji czy zjawisko gry wirów. Omawia również podstawowe podejścia numeryczne do symulacji ruchów wirowych. Sporo miejsca poświęca autor przedstawieniu zalet i wad wybranych metod numerycznych związanych z numeryczną realizacją poszczególnych etapów obliczeń w metodzie „wir w komórce”, ze szczególnym uwzględnieniem aspektu zrównoleglania obliczeń. W końcowej części tego rozdziału autor zamieścił krótką charakterystykę obliczeń na kartach graficznych.

W Rozdziale 2 autor formułuje cel, tezę naukową i zakres pracy. Decyzję o wydzieleniu tych informacji w formie osobnego rozdziału uważam za słuszną, a zamieszczone tam sformułowania są klarowne. Opisany zakres pracy jest logicznie powiązany z tezą i celami pracy, a także wyczerpuje wszystkie działania niezbędne do osiągnięcia zamierzonych celów.

Rozdział 3 zawiera opis metody cząstek wirowych wraz z niezbędnym minimum podstaw teoretycznych z dziedziny dynamiki wirowości. W szczególności, autor cytuje (oczywiście bez dowodów) trzy twierdzenia Helmholtza o ruchu wirowym. W dalszej części rozdziału autor przechodzi do omówienia konstrukcji cząstek wirowych oraz sposobu wyznaczania indukowanego przez nie pola prędkości. Autor wspomina również o trudnościach związanych z kosztem bezpośredniego obliczania indukcji wzajemnej cząstek, który rośnie proporcjonalnie do kwadratu ich liczby. Stwierdza, że zastosowanie równania Poissona dla funkcji prądu może – przy odpowiednio wielkiej liczbie cząstek – przynieść nawet 1000-krotne (!) skrócenie czasu obliczeń. Następnie, autor omawia dość szczegółowo niezmienniki ruchu wirowego dla cieczy nielepkiej. Niezmienniki te autor wykorzystuje w testach metody w Rozdziale 4, chociaż szczegółowych wyników nie prezentuje odsyłając czytelnika do autorskiej publikacji w czasopiśmie *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. W następnej, bardzo ważnej dla pracy sekcji autor omawia algorytm redystrybucji ładunków wirów na węzły siatki i związane z tym procesem schematy interpolacyjne. W kolejnej sekcji autor omawia algorytm symulacji efektów lepkościowych. W końcowej części Rozdziału 3 autor podsumowuje całość przebiegu obliczeń w ramach jednego kroku symulacji metodą „wir w komórce”.

W Rozdziale 4 autor zawarł wyniki pierwszej fazy testów opisanej wcześniej metody numerycznej. Metoda ta została zastosowana do symulacji ruchu pierścienia wirowego. Weryfikacja poprawności obliczeń polega – oprócz analizy niezmienników pola wirowości – na skonfrontowaniu prędkości, z jaką porusza się pierścień w wyniki samoindukcji z wartościami wynikającymi z przybliżonych (asymptotycznych) formuł Kelvina i Hicksa. Tak

zaprojektowane testy można uznać za przekonujące i metodologicznie poprawne. Autor przedstawia dalej wyniki symulacji ruchu pierścienia wirowego z dwoma różnymi rozkładami wirowości: stałym i gaussowskim. W obu przypadkach znane są przybliżone formuły asymptotyczne dla prędkości przemieszczania się pierścienia, co pozwala dokonać weryfikacji otrzymanych wyników numerycznych.

Dwa kolejne rozdziały poświęcone są omówieniu zaimplementowanej przez doktoranta „technologii numerycznej”. W Rozdziale 5 autor omawia szczegółowo detale architektury logicznej układu GPU oraz sposób działania podczas wykonywania obliczeń. Opis ten jest raczej techniczny i świadczy o dobrym rozeznaniu autora w zakresie istniejących wariantów technologii GPU, a także zalet i wad poszczególnych jej realizacji. Szczegółowy opis implementacji kluczowych elementów metody „wir w komórce” zawarty jest w Rozdziale 6. Autor omawia tu kolejno implementację operacji związanych z przemieszczaniem cząstek wirowych i redystrybucją ich ładunków do węzłów siatki, implementacje na GPU klasycznych metod iteracyjnych dla układu liniowego otrzymanego w wyniku aproksymacji równania Poissona metodą różnic skończonych, oraz – co uważam za największe osiągnięcie autora w tej części pracy – implementację na GPU metody wielosiatkowej (ang. *multi-grid*). Następnie autor przeprowadził systematyczne testy zaimplementowanych metod, dowodząc m.in. możliwości bardzo znaczącego przyspieszenia obliczeń, szczególnie w wariancie *multi-grid*.

W dalszej części rozdziału 6 autor przedstawił testy metody numerycznej dla zagadnienia dyfuzji stanowiącego jeden z elementów metody „wir w komórce” w przypadku cieczy lepkiej. Autor postuluje użycie bezwarunkowo stabilnego schematu całkowania po czasie, a powstały w ten sposób układ liniowy rozwiązuje metodą iteracyjną gradientów sprzężonych. Pokazuje również wyniki świadczące o poprawności implementacji autorskiego algorytmu.

Pozostała część rozdziału 6 poświęcona jest zagadnieniom dotyczącym samej technologii obliczeniowej, a mianowicie realizacji obliczeń równoległych na wielu kartach graficznych (co wymagało zastosowania komunikacji pomiędzy nimi realizowanej w standardzie MPI). Jak pokazują wywody autora, prowadzenie obliczeń na wielu kartach wymaga szeregu nietrywialnych, opisanych w tym miejscu zabiegów, wprowadzonych w celu osiągnięcia maksymalnej skalowalności obliczeń. Jestem przekonany, że ta część pracy jest cennym źródłem informacji dla każdego, kto zamierza prowadzić podobne obliczenia w sposób maksymalnie efektywny, zresztą nie tylko w mechanice płynów.

Najcenniejsze z punktu widzenia samej mechaniki płynów wyniki znajdują się z Rozdziale 7. Autor opisał w nim badania numeryczne rozmaitych trójwymiarowych zjawisk wirowych, wykorzystując przy tym opisany wcześniej autorską implementację metody „wir w komórce” na karty graficzne. Dzięki wielkiej wydajności obliczeniowej opracowanej metody, autor był w stanie przeprowadzić symulacje komputerowe o nieczęsto spotykanej rozdzielczości przestrzennej. Autor rozpoczyna prezentację od spektakularnego zjawiska gry wirów. Autor pokazuje wyniki symulacji dla cieczy idealnej i cieczy lepkiej, uzyskując z tym drugim przypadkiem poprawny stan końcowy (zlewanie się wirów w pojedynczy pierścień wirowy). W przypadku nielepkiem widoczne są artefakty w polu wirowości wynikające zapewne ze sposobu dyskretyzacji.

Kolejna seria testów dotyczy symulacji oddziaływania pierścieni i rurek wirowych o kilku konfiguracjach. Po krótkim wprowadzeniu w zagadnienia topologii struktur wirowych, autor przechodzi do omówienia zjawiska rekonekcji pierścieni wirowych położonych początkowo w jednej płaszczyźnie, rekonekcji nieprzecinających się i zorientowanych prostopadle rurek wirowych, rekonekcji dwóch równoległych rurek wirowych, a także zderzenia pierścienia wirowego i rurki wirowej i czołowego zderzenia dwóch pierścieni wirowych. Ten ostatni przypadek stanowi szczególne wyzwanie, bowiem w wyniku zderzenia dochodzi do gwałtownego rozdrabniania struktur wirowych i chaotyzacji przepływu. Efekty te są szczególnie intensywne, gdy maleje lepkość płynu.

Rozdział 8 zawiera krótkie podsumowanie i wnioski końcowe.

4. Język, terminologia i poziom edytorski pracy

Poziom edytorski pracy jest bez zarzutu. Zamieszczone w pracy ilustracje graficzne są wysokiej jakości i właściwie opisane. W części pracy dotyczącej technicznego opisu implementacji procedur numerycznych na kartach graficznych autor przedstawił fragmenty kodu odpowiednich programów komputerowych, co uważam za dobrą praktykę.

Generalnie, nie mam również większych zastrzeżeń do języka i stosowanej terminologii. W kilku miejscach doktorant nie uniknął jednak drobnych błędów lub niezręczności. Wymieniam poniżej kilka ważniejszych:

- Na str. 2 (4 w. od dołu) autor pisze „... elementami obliczeniowymi są cząstki niosące informację o wirowości”. De facto, cząstki po prostu są nośnikami wirowości. Podobnie stwierdzenie o „unoszeniu informacji o wirowości” znajduje się na początku str. 5.
- Wielkość zdefiniowana wzorem (3.43) nazywana jest enstrofią, a nie enstropią.
- Nie spotkałem się z terminologią wg której antysymetryczna część tensora prędkości deformacji nazywana jest tensorem wirowości. Tensor ten nazywany jest zwykle tensorem obrotu (rotacji)
- Nie poprawne gramatycznie jest zdanie na końcu czwartego akapitu na str. 3 rozprawy. Niezręczne jest również pojawiające się wyżej sformułowanie „Obszerną recenzję rozwoju...”. Wspomniana tam pozycja zawiera po prostu opis (ewentualne omówienie), a nie recenzję.
- W wyrażeniu podcałkowym we wzorze (3.58) brakuje nawiasów.

Uwagi krytyczne/polemiczne dotyczące zawartości merytorycznej rozprawy

Podczas czytania rozprawy nasunęły mi się następujące uwagi i komentarze:

1. W Rozdziale 1 (str. 1) autor stwierdza, że „powstawanie pierścieni wirowych można zaobserwować w wielu eksperymentach związanych z warstwą przyścienną ...” Nie odnosi się jednak do żadnej pozycji bibliograficznej poświęconej takiemu eksperymentowi. Należało wskazać chociaż jeden przykład badań eksperymentalnych na potwierdzenie tej tezy.
2. Uwaga dotycząca możliwości wykorzystania prawa Biota-Savarta do rekonstrukcji pola prędkości sformułowana na stronie 3 jest słuszna tylko w przypadku ruchu w

- obszarze pozbawionym granic materialnych. W ogólnym przypadku, zgodnie z twierdzeniem Hodge'a potrzebny jest również składnik potencjalny.
3. W tym samym akapicie autor stwierdza, że konieczność obliczania ciśnienia pojawia się, gdy zachodzi potrzeba określenia siły w przepływie. Nie jest to do końca prawdą – istnieją opisane w literaturze metody wyznaczenia siły aero/hydrodynamicznej na podstawie zasady zmienności pędu w sposób eliminujący jawne odwołanie do ciśnienia.
 4. Na końcu strony 3 i dalej autor formułuje własną diagnozę powodów „nizowego” statusu metod wirowych we współczesnej obliczeniowej mechanice płynów. Co do pierwszego z wymienionych powodów należy zwrócić uwagę, że od lat znane (i stosowane, m.in. w astrofizyce obliczeniowej) są algorytmy wyznaczania oddziaływania N ciał o koszcie niższym niż kwadratowy. Znane są również bezsiatkowe metody aproksymacji operatora Laplace'a (również w 2D) umożliwiające konstrukcję deterministycznych algorytmów dyfuzji. Niezrozumiałym jest trzeci z wymienionych powodów – wydaje się, że fakt koncentracji cząstek w obszarach o dużych wartościach wirowości (warstwa przyścienna, ślady aerodynamiczne) jest raczej zaletą niż wadą, zapewnia bowiem naturalny mechanizm adaptacji do lokalnych cech pola przepływu. Inna sprawa, że pełne wykorzystanie potencjału metody wymaga zwykle wkomponowania w nią pewnej strategii re-meshingu. Co do ostatniego argumentu – konieczność wprowadzenia arbitralnych parametrów takich, jak promień obcięcia – to nie są od tej konieczności wolne i inne metody, by wspomnieć chociażby rozmiar elementów siatki w metodach różnicowych. We współczesnych realizacjach metod CFD parametry te podlegają adaptacji do lokalnych cech pola przepływu, lub są dobierane w taki sposób, aby wartości wyznaczonych wielkości integralnych (np. siły aerodynamicznej) były obciążone jak najmniejszym błędem.
 5. Definicja linii materialnej sformułowana przez autora na stronie 13 jest niepoprawna – linia materialna to po prostu linia złożona nieustannie z tych samych elementów płynu i obiekt ten nie jest – jak zdaje się sugerować autor – lokalny. Samo równanie (3.15) wcale nie jest oczywiste. Warto też wspomnieć, że twierdzenie o materialnym charakterze linii wirowych prawdziwe jest przy ogólniejszym niż nieściśliwość założeniu barotropowości płynu.
 6. W sekcji 3.5.2 autor definiuje całkę obszarową z wirowości i nazywa ją cyrkulacją. Jest to pewne nadużycie klasycznej terminologii, bowiem pod pojęciem cyrkulacji rozumiana jest zazwyczaj wielkość skalarna otrzymana w wyniku obliczenia całki z pola wektorowego (prędkości) wzdłuż zorientowanego łuku lub pętli. Całka obszarowa z wirowości równa jest tak rozumianej cyrkulacji (obliczonej po brzegu obszaru) jedynie w przypadku 2D. W przypadku 3D całkowity ładunek wirowości w obszarze jest wielkością wektorową. Nawiasem mówiąc, z dualnego twierdzenia Gaussa (czyli tw. GGO sformułowanego dla wirowości) wynika z prosty sposób, że w przypadku 3D i zwartego nośnika wirowości jej całkowity ładunek wynosi zero. Nie jest prawdą sformułowane na dole str. 18 twierdzenie, że całkowita cyrkulacja (rozumiana jako całkowity ładunek wirowości w przepływie) nie jest zachowana w przypadku obecności ciał zanurzonych w płynie. Można pokazać, że całkowity ładunek wirowości generowany na brzegu nieruchomego ciała sztywnego jest równy zero, nie wpływa zatem na zmianę całkowitej ilości wirowości w przepływie. Można również dowieść, że warunek zerowego bilansu produkcji wirowości jest ściśle związany z wymaganiami jednoznaczności ciśnienia.

7. Trudno zgodzić się ze stwierdzeniem autora, że metoda błędzenia losowego jako sposób symulacji efektów lepkich jest nieefektywna obliczeniowo. W podstawowej realizacji tej metody obliczenie losowego przemieszczenia cząstki wirowej w 3D polega na 3-krotnym wywołaniu generatora liczb losowych z rozkładem normalnym. Koszt obliczeniowy tej operacji jest znikomy, co więcej obliczenia te można łatwo przeprowadzić z trybie równoległym. Prawdą jest natomiast stwierdzenie o niewielkiej dokładności – stochastyczna metoda Eulera jest zaledwie rzędu $\frac{1}{2}$. Istnieją możliwości zastosowania bardziej wyrafinowanych metod wyższego rzędu, oczywiście kosztem dodatkowego obliczania pola prędkości.
8. Nie do końca właściwy jest opis dotyczący twierdzenia Lie-Trottera-Kato przedstawiony na str. 26 i dalszych. Twierdzenie to dotyczy równania ewolucyjnego, w którym operator może być rozłożony na sumę operatorów liniowych. W zagadnieniach hydromechanicznych, ogólny operator ewolucji jest oczywiście nieliniowy. W takiej sytuacji tw. LTK stosuje do operatora zlinearyzowanego w celu uzasadnienia poprawności rozdzielenia obliczeń na kolejne etapy w ramach jednego kroku czasowego.
9. Wątpliwości budzi poprawność argumentacji w punkcie 3-cim na stronie 29 i 30. Powołując się na literaturę autor stwierdza, że dwie postacie członu źródłowego w r- niu Helmholtza są równoważne, jeśli tylko dywergencja pola wirowości jest równa zeru. Tymczasem, faktycznym powodem identyczności obu sformułowań jest fakt, że dowolny wektor antysymetryczny zastosowany do swojego wektora Darboux daje wektor zerowy. Pole wirowości jest natomiast ex definitione bezźródłowe, mówienie zatem o tej cesze w trybie warunkowym „jeśli jest spełniona” nie ma sensu. Uwagi te nie umniejszają jednak znaczenia obserwacji, że alternatywne sformułowania członu źródłowego prowadzą – po dyskretyzacji – do odmiennych własności metody. Szkoda, że autor rozprawy nie rozwinął tego, istotnego moim zdaniem, tematu i nie pokazał wyników analizy jakiegoś przypadku testowego.

Proszę autora rozprawy o wyjaśnienie podczas obrony następujących kwestii:

1. Co ma autor na myśli pisząc w drugim zdaniu 3-ego akapitu na str. 3 o „zwartym obrazie wirowości”?
2. Wśród założeń Tw. 3.2 (str. 14) jest mowa o spełnieniu warunku Höldera przez 3-cią pochodną funkcji $f(y_1, y_2)$. O którą pochodną chodzi (są cztery pochodne 3-ego rzędu!)? Warunek ten wydaje się być bardzo mocny i w wielu praktycznych przypadkach niespełniony, np. jeśli brzeg posiada załamania (krawędzie). Czy w takich przypadkach twierdzenie nie obowiązuje, czy też rozwiązanie jest niższej klasy regularności? Wreszcie, jaki pożytek z tego twierdzenia wynika dla autora pracy skoro zajmuje się on wyłącznie przepływami z obszarach bez granic?
3. Czy jest wielkość wektorowa F pojawiająca się we wzorach (3.37) i (3.38)?
4. Jak definiuje autor rząd funkcji w opisie pod rysunkami na stronie 25?
5. Na stronie 28 autor stwierdza (zgodnie z prawdą), że metoda dekompozycji lepkościowej zapewnia jedynie 1-szy rząd dokładności po czasie. Wobec tego, jaki jest powód i jaki sens ma stosowanie metody RK4 do obliczania nowych położenia cząstek wirowych? Przecież – globalnie – metoda będzie i tak rzędu 1-ego. Poza tym, całkowanie równań ruchu cząstek metodą RK4 wymaga – jeśli obliczenia wykonane są zgodnie z receptą – czterokrotnego obliczania pola prędkości, co jest kosztowne

obliczeniowo. Ta sama uwaga dotyczy modyfikacji ładunku cząstek w kolejnych krokach czasowych. Proszę o szczegółowe wyjaśnienie tej kwestii.

6. Czy ma autor na myśli pisząc, że rozwiązanie Hicksa opisane wzorem (4.2) odpowiada przepływowi z płynem nieruchomym we wnętrzu pierścienia? Względem jakiego układu odniesienia płyn pozostaje w spoczynku?
7. Czy w algorytmie iteracyjnym gradientów sprzężonych stosowany był preconditioning, a jeśli tak to jaki?
8. Jakie warunki brzegowe były stosowane do równania Poissona dla wektorowej funkcji prądu? Jakie warunki brzegowe stosowane były dla równania dyfuzji wirowości?

Podsumowanie i konkluzja

Sformułowane wyżej uwagi krytyczne nie mają istotnego wpływu na moją ostateczną, bardzo pozytywną ocenę rozprawy mgra inż. Andrzeja Kosiora. Doktorant postawił i rozwiązał w niej interesujące zagadnienie naukowe z obszaru dynamiki ruchów wirowych, a więc dziedziny o fundamentalnym znaczeniu w mechanice płynów i teorii turbulencji. Doktorant opracował właściwe dla tego sformułowanego zadania narzędzia obliczeniowe, a następnie samodzielnie je zaimplementował wykorzystując w tym celu nowoczesne technologie komputerowe. Szereg szczegółowych rozwiązań algorytmicznych i programistycznych należy uznać za oryginalne osiągnięcia doktoranta. Szczególnie wartość naukową przedstawiają wyniki przeprowadzonych przez mgra Kosiora symulacji komputerowych wybranych zjawisk interakcji trójwymiarowych struktur wirowych. Wyniki te nie tylko dowodzą poprawności skonstruowanych przez doktoranta algorytmów numerycznych oraz efektywności obliczeniowej ich implementacji, ale również dostarczają cennego i do pewnego stopnia unikalnego materiału porównawczego dla przyszłych badań w dziedzinie mechaniki wirów. O wysokiej wartości naukowej efektów pracy doktoranta świadczy również fakt, że część omówionych w rozprawie wyników była opublikowana w renomowanych czasopismach naukowych o zasięgu międzynarodowym.

W konkluzji stwierdzam zatem, że przedstawiona przez mgra inż. Andrzeja Kosiora rozprawa doktorska pt. „Modelowanie ewolucji trójwymiarowych struktur wirowych w cieczy lepkiej metodami cząstek wirowych z wykorzystaniem obliczeń równoległych” spełnia wymagania stawiane rozprawom doktorskim sformułowane w Ustawie o Stopniach Naukowych i Tytule Naukowym z dnia 14 marca 2003 r. i wnioskuję o dopuszczenie mgra Kosiora do jej publicznej obrony. Ze względu na wysoką wartość naukową uzyskanych przez doktoranta wyników, potwierdzoną licznymi publikacjami w renomowanych czasopismach naukowych z listy JCR, składam również wniosek o wyróżnienie rozprawy.

